

Messung der spektralen Reflexionsfunktion  
(BRDF) ausgewählter Oberflächen  
bei natürlicher Beleuchtung

von

GERHARD MEISTER

Dezember 1995

Experimentelle physikalische Diplomarbeit  
am Fachbereich Physik der Universität Hamburg  
II. Institut für Experimentalphysik  
Arbeitsgruppe CENSIS, Fernerkundung

Gutachter: Prof. J. Bienlein und Prof. H. Spitzer



---

# Kurzfassung

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Messung der winkelabhängigen, spektralen Reflexionsfunktion (BRDF) von einigen ausgewählten künstlichen Oberflächen bei natürlicher Beleuchtung. Als Meßgerät diente ein Spektrometer, welches im Bereich 600 nm – 900 nm Messungen in 61 Kanälen mit einer spektralen Auflösung von 5 nm ermöglicht. Die Proben wurden auf einem Goniometermeßtisch plaziert, so daß alle gewünschten Ein- und Ausfallwinkel eingestellt werden konnten. Zur Bestimmung der einfallenden Strahlungsflußdichte diente ein Reflektanznormal (Spectralon, hergestellt durch Labsphere Inc., Boulder, Colorado) als Referenzfläche, dessen BRDF zuvor im Labor bestimmt wurde. Es ergibt sich, daß die BRDF des Spectralons nicht dem Lambertstrahler entspricht, wohl aber dem Helmholtzschen Reziprozitätstheorem genügt. Bei den Feldmessungen wurde zusätzlich für jede Winkelkombination eine Messung bei beschatteter Probe durchgeführt, um den Einfluß des Himmelslichts zu eliminieren. An 6 von 9 Proben konnte eine Funktion angepaßt werden, die von Walthall et al. (1985) entwickelt, von Liang & Strahler (1994) modifiziert und hier um einen Term zur Modellierung des gespiegelten Anteils erweitert wurde, so daß diese Funktion insgesamt 7 freie Parameter besitzt. Während die diffuse Komponente der BRDF der Proben keine Systematik erkennen läßt, konnte bei der gespiegelten Komponente ein Anstieg der Intensität mit großen Zenitwinkeln festgestellt werden.

**Schlüsselwörter:** BRDF, Bidirektionale Reflektanzmessungen, Spiegelungsmaximum, Goniometer, Spectralon, Helmholtzsches Reziprozitätstheorem, Walthall-Modell

## Abstract

The spectral bidirectional reflectance distribution function (BRDF) of selected artificial surfaces was measured under natural illumination. Data were obtained with a spectrometer in the wavelength range 600 nm – 900 nm with a spectral resolution of 5 nm, using 61 spectral bands. The samples were placed on a goniometer, which allowed to set all the desired angles of incidence and reflection. A Spectralon panel (made by Labsphere Inc., Boulder, Colorado) was used as a reference target for determining the incoming irradiance. The BRDF of this Spectralon panel was measured in the laboratory. The BRDF of the Spectralon panel is not lambertian, however it obeys Helmholtz's theorem of reciprocity. For the in situ measurements, an additional measurement was made for each combination of angles with the samples being shadowed, in order to eliminate the influence of sky light. 6 out of 9 samples could be fitted to a function which was developed by Walthall et al. (1985) and modified by Liang & Strahler (1994). In this work, the function was extended by a specular peak, increasing the number of free parameters to 7. The diffuse part of the BRDF of the samples does not vary in a systematic way. The intensity of the specular peak grows with increasing zenith angles.

**Keywords:** BRDF, bidirectional reflectance measurements, specular peak, goniometer, Spectralon, Helmholtz reciprocity, Walthall-model

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>IV</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>VI</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Radiometrische Größen</b>	<b>3</b>
2.1 Definition der physikalischen Größen . . . . .	3
2.1.1 Strahldichte $L$ . . . . .	3
2.1.2 Spektrale Reflexionsfunktion BRDF . . . . .	4
2.1.3 Strahlungsflußdichte, Albedo und BRF . . . . .	5
2.2 Reduktion der Winkelparameter der BRDF . . . . .	6
<b>3 Durchführung des Experiments</b>	<b>8</b>
3.1 Allgemeine Versuchsbeschreibung . . . . .	8
3.1.1 Spektrometer OVID . . . . .	8
3.1.2 Meßtisch . . . . .	11
3.1.3 Berechnung der einzustellenden Neigungswinkel des Meßtisches . . . . .	11
3.1.4 Algorithmus für die Berechnung der Winkel in der Ebene . . . . .	13
3.1.5 Das Verfahren zur Bestimmung der BRDF . . . . .	14
3.1.6 Die Proben . . . . .	17
3.1.7 Meßort und Meßzeit . . . . .	19
3.2 Messungen mit der Spectralonplatte im Labor . . . . .	19
3.2.1 Eingestellte Winkelkombinationen im Labor . . . . .	19
3.2.2 Leuchtquelle: Halogenlampe . . . . .	20
3.2.3 Gesamtfehler $\sigma_{L_r}$ der Strahldichte $L_r$ . . . . .	23
3.2.4 Darstellung der gemessenen Strahldichten $L_r$ . . . . .	24
3.3 Messungen bei Sonnenlicht . . . . .	24
3.3.1 Eingestellte Winkelkombinationen im Freien . . . . .	24
3.3.2 Die Zusammensetzung der einfallenden Strahlungsflußdichte . . . . .	25
3.3.3 Differenzmessungen . . . . .	26
3.3.4 Fehlerbetrachtung . . . . .	26

<b>4</b>	<b>Auswertung der Labormessungen</b>	<b>32</b>
4.1	Bestimmung der einfallenden Strahlungsflußdichte . . . . .	32
4.1.1	Taylor-Entwicklung der reflektierten Strahldichte . . . . .	32
4.1.2	Extra- und Interpolation nicht vorhandener Meßwerte . . . . .	33
4.1.3	Die Albedo der Spectralonplatte in Abhängigkeit vom Einfallswinkel $\theta_i$ . . . . .	34
4.2	Berechnung der BRDF-Werte und ihrer Fehler . . . . .	37
4.3	Reziprozität der BRDF des Spectralons . . . . .	37
4.4	Anpassen einer stetig differenzierbaren Funktion . . . . .	38
4.4.1	Auswahl der geeigneten Funktion . . . . .	38
4.4.2	Erläuterungen zur modellierten BRDF des Spectralons . . . . .	39
4.4.3	Fehlerrechnung für die nichtlineare Anpassung . . . . .	46
4.5	Zusammenfassung der Ergebnisse der Labormessungen . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Auswertung der Feldmessungen</b>	<b>50</b>
5.1	Berechnung der gemessenen BRDF-Werte der Proben . . . . .	50
5.2	Zur Modellierung verwendete Funktionen . . . . .	52
5.2.1	Differenzierbare BRDF-Funktionen aus der Fachliteratur . . . . .	52
5.2.2	Spiegelungsmaximum . . . . .	54
5.3	$\chi^2$ Test bei den Feldmessungen . . . . .	55
5.4	Ergebnisse der Anpassung des Modells 'Walthall m.S.m.' . . . . .	57
5.4.1	Darstellungen der spektralen Abhängigkeiten . . . . .	58
5.4.2	Die spiegelnde Komponente . . . . .	66
5.4.3	Variabilität der diffusen Komponente . . . . .	66
5.4.4	Dreidimensionale Darstellungen der BRDF . . . . .	68
5.4.5	Darstellung der Fehler . . . . .	81
5.5	Zusammenfassung der Ergebnisse der Feldmessungen . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>85</b>
	<b>Danksagungen</b>	<b>87</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>88</b>
A.1	Allgemeine Bemerkungen zur Fehlerrechnung . . . . .	88
A.2	Kurze Darstellung des $\chi^2$ Tests . . . . .	90
A.3	Spektrale Albedo des Spectralons . . . . .	90
A.4	Konstruktionszeichnungen des Meßtisches . . . . .	92
A.5	Fotos des Meßtisches . . . . .	93
A.6	BRDF-Meßwerte . . . . .	95
A.7	Werte der Koeffizienten der BRDF der Proben . . . . .	107
A.8	Werte der Kovarianzmatrix der BRDF-Koeffizienten . . . . .	114

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Geometrie der Reflexion . . . . .	4
3.1	Prinzipskizze des OVID . . . . .	10
3.2	Absolute Winkel bei der Messung . . . . .	13
3.3	Schematische Darstellung der Bestimmung der BRDF . . . . .	15
3.4	Reflektierte Strahldichte $L_r$ ) im Labor in Abhängigkeit von der Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	21
3.5	Intensitätsverlauf der Kontrollmessungen $L_K$ . . . . .	22
3.6	Auswahl der Meßwerte der reflektierten Strahldichte $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)$ des Spectralons . . . . .	24
3.7	Quotient der reflektierten Strahldichten $L_r$ des Spectralons (Zähler = Schattenmessung, Nenner = Sonnenmessung) . . . . .	27
3.8	Histogramm der relativen Änderungen der Strahlungsflußdichte $E_i$ der Messungen Spectralon vorher/nachher . . . . .	28
4.1	Anpassung einer Parabel an die von Labsphere, Inc. gemessenen Albedoänderungen . . . . .	35
4.2	Strahlungsflußdichte in Abhängigkeit vom Einfallszenitwinkel . . . . .	36
4.3	Beschreibung der X- und Y- Achsen der dreidimensionalen BRDF-Abbildungen . . . . .	40
4.4	Modellierte BRDF des Spectralons beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	41
4.5	Modellierte BRDF des Spectralons beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	41
4.6	BRDF des Spectralons in Abhängigkeit vom Einfallszenitwinkel $\theta_i$ , Meßwerte und angepaßte Funktion . . . . .	43
4.7	Die Koeffizienten $a_i$ der modellierten BRDF des Spectralons in Abhängigkeit von der Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	44
4.8	BRDF des Spectralons bei $\theta_r = 0^\circ$ . . . . .	45
5.1	BRDF-Meßwerte der Probe 'Rote Dachziegel' bei $\theta_i = 27.1^\circ, \nu = 93.2^\circ, \theta_r = 25.0^\circ$ . . . . .	51
5.2	Die Testgröße $M$ in Abhängigkeit von der Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	59
5.3	Die Koeffizienten $a_i$ des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Lackiertes Aluminium' . . . . .	60
5.4	Die Koeffizienten $a_i$ des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Plastik' . . . . .	61
5.5	Die Koeffizienten $a_i$ des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Gehwegplatte' . . . . .	62
5.6	Die Koeffizienten $a_i$ des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Schieferitplatte' . . . . .	63
5.7	Die Koeffizienten $a_i$ des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Bestreute Dachpappe' . . . . .	64
5.8	Die Koeffizienten $a_i$ des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Rote Dachziegel' . . . . .	65

5.9	Modellierte BRDF des 'Lackierten Aluminiums' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	69
5.10	Modellierte BRDF des 'Lackierten Aluminiums' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	69
5.11	Modellierte BRDF des 'Plastiks' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	70
5.12	Modellierte BRDF des 'Plastiks' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	70
5.13	Modellierte BRDF der 'Gehwegplatte' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	71
5.14	Modellierte BRDF der 'Gehwegplatte' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	71
5.15	Modellierte BRDF der 'Schieferitplatte' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	72
5.16	Modellierte BRDF der 'Schieferitplatte' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	72
5.17	Modellierte BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	73
5.18	Modellierte BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	73
5.19	Modellierte BRDF der 'Roten Dachziegel' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	74
5.20	Modellierte BRDF der 'Roten Dachziegel' beim Einfallszenitwinkel $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	74
5.21	Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Lackierten Aluminiums' bei $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	75
5.22	Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Lackierten Aluminiums' bei $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	75
5.23	Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Plastiks' bei $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	76
5.24	Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Plastiks' bei $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	76
5.25	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Gehwegplatte' bei $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	77
5.26	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Gehwegplatte' bei $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	77
5.27	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Schieferitplatte' bei $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	78
5.28	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Schieferitplatte' bei $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	78
5.29	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' bei $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	79
5.30	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' bei $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	79
5.31	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Roten Dachziegel' bei $\theta_i = 25^\circ$ . . . . .	80
5.32	Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Roten Dachziegel' bei $\theta_i = 75^\circ$ . . . . .	80
5.33	Modellierte BRDF mit Fehlerangabe bei einem Einfallszenitwinkel $\theta_i = 0^\circ$ . . . . .	82
5.34	Prozentualer Anteil des Fehlers $\sigma_{f_r}$ am BRDF-Wert $f_r$ bei $\theta_i = 0^\circ$ . . . . .	83
A.1	Kalibrierungsgrafik des Spectralons, angefertigt von Labsphere, Inc. . . . .	90
A.2	Ansicht des Meßtisches von oben . . . . .	92
A.3	Ansicht des Meßtisches von der Seite . . . . .	93
A.4	Foto des Meßtisches mit Spectralonplatte . . . . .	93
A.5	Foto des Meßtisches mit der Probe 'Rote Dachziegel' . . . . .	94

# Tabellenverzeichnis

3.1	Prozentuale Anteile der Fehler an der gemessenen reflektierten Strahldichte $L_r$ bei $\lambda = 800$ nm	23
3.2	Histogrammtabelle der relativen Gesamtfehler der Feldmessungen der Proben	31
4.1	Relative Änderung der Albedo einer $\rho = 0.6$ Spectralonplatte in Abhängigkeit vom Einfallswinkel $\theta_i$	34
4.2	Prozentuale Anteile der Fehler an der Strahlungsflußdichte $\Delta E_i$ bei $\lambda = 800$ nm	35
4.3	Prozentualer Anteil des Fehlers $\sigma_{f_r^j}$ am BRDF-Wert $f_r^j$ bei $\lambda = 800$ nm	37
4.4	Für den $\chi^2$ Test auf Reziprozität benutzte Winkelkombinationen und BRDF-Werte $f_r$ bei $\lambda = 750$ nm	38
4.5	Anstieg der Koeffizienten $a_i$ der BRDF des Spectralons von $\lambda = 600$ nm auf $\lambda = 900$ nm	42
4.6	Fehler der modellierten BRDF des Spectralons bei $\lambda = 800$ nm	48
5.1	Werte der Testgröße $M$ bei $\lambda = 850$ nm für alle Proben	56
5.2	Werte des Quantils $\chi^2_{1-\alpha}$ für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 1\%$ in Abhängigkeit von der Anzahl der Freiheitsgrade $f$	56
5.3	Albedo $\rho(\theta_i)$ der Proben bei $\lambda = 750$ nm und Anteil des Spiegelungsmaximums	66
5.4	Breite des Spiegelungsmaximums bei $\lambda = 750$ nm	67
5.5	Winkelabhängige Variabilität der diffusen Komponente der BRDF der Proben	67
5.6	Fehler der Koeffizienten der BRDF bei $\lambda = 750$ nm	81
A.1	Kalibrierungstabelle des Spectralons, angefertigt von Labsphere, Inc.	91
A.2	BRDF-Messwerte der Spectralonplatte (Teil 1)	96
A.3	BRDF-Messwerte der Spectralonplatte (Teil 2)	97
A.4	BRDF-Meßwerte der Probe 'Aluminium'	98
A.5	BRDF-Meßwerte der Probe 'Lackiertes Aluminium'	99
A.6	BRDF-Meßwerte der Probe 'Plastik'	100
A.7	BRDF-Meßwerte der Probe 'Kresse'	101
A.8	BRDF-Meßwerte der Probe 'Gehwegplatte'	102
A.9	BRDF-Meßwerte der Probe 'Schieferitplatte'	103
A.10	BRDF-Meßwerte der Probe 'Bestreute Dachpappe'	104
A.11	BRDF-Meßwerte der Probe 'Schwarze Dachpappe'	105
A.12	BRDF-Meßwerte der Probe 'Rote Dachziegel'	106
A.13	Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Lackiertes Aluminium'	108
A.14	Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Plastik'	109
A.15	Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Gehwegplatte'	110
A.16	Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Schieferitplatte'	111
A.17	Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Bestreute Dachpappe'	112
A.18	Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Rote Dachziegel'	113

# Symbolverzeichnis

In der folgenden Tabelle werden die häufig verwendeten Symbole aufgeführt.

Symbol	Größe bzw. Bedeutung	Seite
$\alpha$	Signifikanzniveau beim $\chi^2$ Test	90
$\gamma$	Breite der Gaußschen Glockenkurve	66
$\theta$	Zenitwinkel	
$\theta_E$	Zenitwinkel der Meßtischfläche	12
$\theta_i$	Einfallszenitwinkel	4
$\theta_r$	Reflexionszenitwinkel	4
$\lambda$	Wellenlänge	3
$\nu$	Relativer Azimutwinkel	7
$\rho$	Albedo	6
$\sigma$	Fehler	88
$\phi$	Azimutwinkel	
$\phi_E$	Azimutwinkel der Meßtischfläche	12
$\chi^2_{1-\alpha}$	Quantil beim $\chi^2$ Test	90
$\psi$	Relativer Winkel zum Spiegelwinkel	55
$\omega$	Raumwinkel	3
$\Omega$	Auf die horizontale Fläche projizierter Raumwinkel	4
$a_i$	Koeffizienten zur Modellierung der BRDF	52
BRDF	Spektrale Reflexionsfunktion ('bidirectional reflectance distribution function')	5
BRF	Bikonischer Reflektanz Faktor	6
$E_i$	Einfallende Strahlungsflußdichte	5
$f_r$	Spektrale Reflexionsfunktion	5
$L$	Strahldichte	3
$M$	Testgröße beim $\chi^2$ Test	38
m.S.m.	mit Spiegelungsmaximum	55
OVID	Name des Spektrometers ( 'Optical Visible and Infrared Detector' )	8
$R$	Bikonischer Reflektanz Faktor	6



# Kapitel 1

## Einleitung

Diese Diplomarbeit wurde in der Fernerkundungsgruppe von CENSIS (Center for Science and International Security) am II. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg durchgeführt. Die Arbeitsgruppe befaßt sich mit den physikalischen Aspekten der multispektralen Fernerkundung durch sichtbares und infrarotes Licht. Ziele sind die Weiterentwicklung der computergestützten Erkennung von Strukturen in Fernerkundungsbildern (z.B. durch Klassifikation) und das Auffinden von Veränderungen in Bilddaten verschiedenen Datums (change detection).

Im Rahmen einer 1994 fertiggestellten Diplomarbeit (Hepp 1994) zur Klassifikation von multispektralen Reflektanzbildern wurde deutlich, daß die von unterschiedlich geneigten Flächen, wie z.B. Dächern, reflektierte (oder gestreute) Strahlung Charakteristiken zeigt, die eine automatische Bildinterpretation erschweren oder sogar unmöglich machen. Als eine Ursache wird die von Ein- und Ausfallswinkeln des Lichts abhängige Reflexion an Oberflächen angesehen. Diese wird durch die spektrale Reflexionsfunktion BRDF (bidirectional reflectance distribution function) beschrieben. Es galt daher, sie genauer zu untersuchen.

Es gab in der Vergangenheit viele Ansätze zur Modellierung der BRDF, besonders für Oberflächen, die durch Vegetation bedeckt sind. Die verschiedenen Ansätze berücksichtigen die Oberflächenrauigkeit, Schattenbildung, Orientierung der Blätter bei Oberflächen mit pflanzlichem Bewuchs u.a.m. Häufig wird die Oberfläche in kleine, homogene Untereinheiten aufgeteilt, um für diese Untereinheiten den Strahlengang zu modellieren. Alle Modelle sind aber nur auf bestimmte Objektgruppen (z.B. Pflanzenarten, wüstenartige Landschaften, usw.) anwendbar und wurden nur unvollständig durch voneinander unabhängige Meßkampagnen experimentell überprüft.

Während es mehrere Untersuchungen gibt, bei denen die BRDF von natürlichen Oberflächen gemessen wurde, liegt dem Autor nur eine Veröffentlichung vor, in der auch künstliche Oberflächen (z.B. Sandpapier, Verputz u.a.) modelliert und gemessen wurden (Oren & Nayar 1995). Die genaue Angabe von Meßdaten ist sehr selten, da diese Messungen sehr umfangreich sein müssen. **In dieser Diplomarbeit wird deswegen die von homogenen künstlichen Flächen reflektierte Strahlung bei natürlicher Beleuchtung in Abhängigkeit von Einfallswinkel- und Ausfallswinkeln des Lichts mit einem spektral hochauflösenden Spektrometer gemessen.** Unser Ziel ist es, Erkenntnisse über die spektrale und winkelabhängige Variabilität der BRDF von künstlichen Oberflächen zu gewinnen, um die Klassifikation von bebauten Gebieten in Fernerkundungsbildern zu verbessern.

Nach dieser Einleitung werden in Kapitel 2 die benötigten physikalischen Größen diskutiert. Kapitel 3 ('Durchführung des Experiments') beschreibt u.a. das Meßgerät, den Meßtisch, die Berechnung der Ein- und Ausfallswinkel des Lichts im System der Oberfläche der Probe, die ausgewählten Proben und die Durchführung der Labor- und der Feldmessungen. Die verschiedenen Ein- und Ausfallswinkel des Lichts bezüglich der Oberfläche der Proben wurden mit Hilfe eines Goniometermeßtisches eingestellt, bei dem die Neigung der Tischfläche beliebig verändert werden kann. Es wird dabei zwischen dem direkt einfallenden Sonnenlicht und dem diffus gestreuten Sonnenlicht, dem sogenannten Himmelslicht, unterschieden. Eine

genaue Erläuterung des Verfahrens zur Bestimmung der BRDF befindet sich in Abschnitt 3.1.5. Dieser Abschnitt enthält auch eine Übersichtsgrafik, welche die Verfahrensschritte kurz beschreibt und auf die jeweiligen Kapitel verweist. Diese Grafik kann alternativ zum Inhaltsverzeichnis als Wegweiser durch diese Diplomarbeit genutzt werden.

Zuerst wurde die BRDF einer Spectralonplatte (Produzent: Labsphere Inc., Boulder, Colorado), die als Referenzfläche dient, bestimmt (Kapitel 4, 'Auswertung der Labormesungen'). Über diese Referenzfläche kann die einfallende Strahlungsflußdichte bei den Feldmessungen der Proben bestimmt werden. Die darauf folgende Bestimmung der BRDF der Probeflächen erfolgt in Kapitel 5 ('Auswertung der Feldmessungen'), indem der von den Proben reflektierte Strahlungsfluß durch die einfallende Strahlungsflußdichte geteilt wird. Verschiedene Funktionen aus der Fachliteratur zur Modellierung der BRDF wurden an unsere Meßwerte nach der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung angepaßt. Die Zusammenfassungen der Kapitel 4 und 5 am Ende der jeweiligen Kapitel enthalten die Darstellung der Ergebnisse.

Eine Zusammenfassung der Diplomarbeit befindet sich in Kapitel 6 auf Seite 85.

Folgende Aufgaben führte ich bei dieser Diplomarbeit selbstständig durch:

- **Entwicklung einer Methode zur Bestimmung der BRDF eines Referenztargets im Labor**
- **Organisation der Versuchsdurchführung.** Hierzu zähle ich z.B.
  - die Koordination mit dem Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg, das das Spektrometer OVID zur Verfügung stellten, und mit der Werkstatt des II. Instituts für Experimentalphysik der Universität Hamburg, die den Meßtisch anfertigte
  - die Erstellung der Meßpläne für die Feldmessungen
  - die Bedienung des Spektrometers OVID
  - die Betreuung zweier studentischer Hilfskräfte, die mich bei den Messungen unterstützten
- **Datenauswertung**

Die Auswertung der Daten erfolgte mit dem Softwarepaket PV-WAVE in einer UNIX-Umgebung auf Sun-Workstations, zu einem geringen Teil mit IDL (Interactive Data Language). Diese beiden Computersprachen erlauben einen relativ einfachen Umgang mit hochdimensionalen Variablen, die wegen der Winkelvariablen und der Wellenlängenabhängigkeit einer BRDF benötigt werden. Kleine Modifikationen wurden an der Auswertungssoftware des OVID in C++ vorgenommen.
- **Fehlerrechnung**

Die BRDF-Modelle wurden an die mit den Fehlern gewichteten Meßwerte angepaßt. Mit dem  $\chi^2$  Test, bei dem die Abweichungen der Meßwerte vom Modell ebenfalls mit dem Fehler gewichtet werden, wurde über Ablehnung oder Annahme eines BRDF-Modells entschieden. Aus diesen Gründen ist die Fehlerrechnung genauso wichtig wie die Berechnung der Meßwerte selbst und nimmt deshalb einen breiten Raum in dieser Diplomarbeit ein. Häufig konnten die Beiträge der einzelnen Fehlerquellen nur abgeschätzt werden.

Diese Diplomarbeit ist aber nicht das isolierte Werk eines Einzelnen, sondern konnte nur mit der Hilfe von Anderen entstehen, deren Beiträge ich im Abschnitt 'Danksagungen' auf Seite 87 anspreche.

# Kapitel 2

## Radiometrische Größen

### 2.1 Definition der physikalischen Größen

Um die Ausbreitung und Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung zu beschreiben, haben sich in der Fernerkundung einige Begriffe durchgesetzt, die im Folgenden erläutert werden sollen. Die Nomenklatur folgt den Vorschlägen von Nicodemus (1970) vom US National Bureau of Standards. Die deutschen Bezeichnungen stützen sich auf Kriebel et al. (1975).

#### 2.1.1 Strahldichte $L$

Von Objekten ausgehende elektromagnetische Strahlung ist meßbar als *Strahlungsfluß*  $\Phi$  mit der Dimension einer Leistung [W] (vom Detektor empfangene Photonenenergie pro Zeit). Man definiert die *Strahldichte*  $L$  durch

$$L \equiv \frac{\partial^2 \Phi}{\cos \theta \cdot \partial A \cdot \partial \omega} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}] \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $\partial \omega$  das Raumwinkelement und  $\cos \theta \cdot \partial A$  die projizierte Fläche senkrecht zum Strahl, vgl. Abbildung 2.1 auf Seite 4.  $\partial A$  entspricht dabei der Fläche auf der beleuchteten Oberfläche  $dA$  in Abbildung 2.1. Das Raumwinkelement ist definiert durch

$$d\omega \equiv \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (2.2)$$

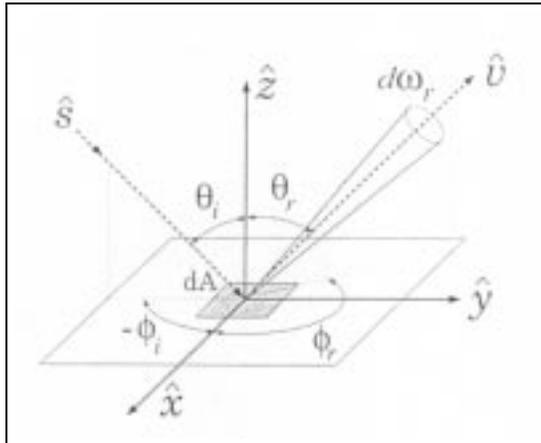
Die Strahldichte  $L$  ist konstant entlang eines Lichtstrahls, wenn das Medium, in dem sich der Lichtstrahl bewegt, isotrop ist und nicht absorbiert, streut oder reflektiert. Die Einheit der Wellenlänge  $\lambda$  der Strahlung ist häufig  $\mu\text{m}$  ( $= 10^{-6}\text{m}$ ) oder  $\text{nm}$  ( $= 10^{-9}\text{m}$ ). Um wellenlängenabhängige Effekte zu berücksichtigen wird die Strahldichte  $L$  fast immer pro Wellenlängenintervall angegeben:

$$L_\lambda \equiv \frac{\partial L}{\partial \lambda} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \mu\text{m}^{-1}] \quad (2.3)$$

Der Index  $\lambda$  wird aber in den meisten Veröffentlichungen vernachlässigt, obwohl die Strahldichte pro Wellenlänge gemeint ist. Auch in dieser Arbeit wird nach dieser Praxis verfahren. Im folgenden wird der Parameter  $\lambda$  nur erwähnt, wenn ihm eine besondere Bedeutung zukommt. Dies gilt auch für den Strahlungsfluß  $\Phi$  und alle von ihm abgeleiteten Größen.

Ein radiometrisches Meßgerät mißt den Strahlungsfluß  $\Phi$  [W], da die elektromagnetischen Wellen bzw. die Photonen am Detektor pro Zeiteinheit eine bestimmte Arbeit verrichten. Um von Apparategrößen unabhängig zu werden, wird der gemessene Strahlungsfluß  $\Phi$  mittels Kalibrierung des Meßgeräts umgerechnet in die Strahldichte  $L$  (Kriebel et al. 1975).

Abbildung 2.1: Geometrie der Reflexion



$\hat{s} \hat{=}$  source (Lichtquelle),  $\hat{v} \hat{=}$  viewing direction (Richtung des Sensors)

Quelle: Oren & Nayar 1995, S. 230

### 2.1.2 Spektrale Reflexionsfunktion BRDF

Bei der Reflexion an einer Oberfläche kann man sich zwei Idealfälle vorstellen:

1. *Spiegelung* : Bei einer Spiegelung wird das einfallende Licht wellenlängenunabhängig in eine Richtung reflektiert. Der Zenitwinkel der reflektierten Strahlung  $\theta_r$  stimmt mit dem Zenitwinkel der einfallenden Strahlung  $\theta_i$  (der Index  $i$  steht für das englische 'incident') überein ( $\theta_i = \theta_r$ ), der relative Azimutwinkel beträgt  $\phi_i - \phi_r = 180^\circ$ .
2. *Lambert-Reflexion* : Bei einer diffusen Reflexion wird das Licht wellenlängen- und richtungsabhängig in sämtliche Richtungen der oberen Halbkugel reflektiert. *Lambert-Reflexion* liegt dann vor, wenn ein Sensor mit einem beliebig kleinem Öffnungswinkel unabhängig vom Meßwinkel  $\theta_r$  und  $\phi_r$  die gleiche Strahldichte  $L_r$  empfängt. Bei einer Änderung des Einfallszenitwinkels  $\theta_i$  verhält sich die reflektierte Strahldichte  $L_r$  proportional zum Kosinus des Einfallszenitwinkels :  $L_r \propto \cos \theta_i$ . Häufig wird als zusätzliche Bedingung für eine Lambert-Reflexion gefordert, daß das Licht wellenlängenunabhängig reflektiert wird.

Um die diffuse Reflexion zu beschreiben, kann man die *spektrale Reflexionsfunktion* BRDF (englisch: *bidirectional reflectance distribution function*) benutzen, die im Folgenden eingeführt wird.

Der aus der Richtung  $(\theta_i, \phi_i)$  auf ein infinitesimales Oberflächenelement  $dA$  fallende Strahlungsfluß ist gegeben durch

$$d\Phi_i = L_i(\theta_i, \phi_i) \cdot dA \cdot d\Omega_i \quad [W] \quad (2.4)$$

Hierbei ist

$$d\Omega_i \equiv \cos \theta_i \cdot d\omega_i \quad [sr] \quad (2.5)$$

der auf die horizontale Fläche projizierte Raumwinkel.

Bei einer diffusen Oberfläche wird der einfallende Strahlungsfluß  $d\Phi_i$  in sämtliche Raumrichtungen gestreut. Bei Feldmessungen ist es unmöglich, Beleuchtungsverhältnisse herzustellen, bei der die einfallende Strahlung nur aus einer Richtung kommt. Deshalb wird die in die Richtung  $(\theta_r, \phi_r)$  reflektierte Strahldichte

$L_r(\theta_r, \phi_r)$  immer eine Überlagerung aus den Anteilen  $dL_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$  der verschiedenen Einfallsrichtungen sein :

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = \int_{\omega_i} dL_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \quad (2.6)$$

Ein Sensor, der aus der Richtung  $(\theta_r, \phi_r)$  die Oberfläche registriert, würde aus der Richtung  $(\theta_i, \phi_i)$  den Strahlungsfluß

$$d\Phi_r = dL_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \cdot dA \cdot d\Omega_r \quad (2.7)$$

empfangen, wobei sich  $d\Omega_r$  aus dem Öffnungswinkel des Sensors ergibt.

Nun ist es denkbar, eine Größe  $X$ ,

$$X = \frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{dL_r \cdot d\Omega_r}{L_i \cdot d\Omega_i} \quad [\text{dimensionslos}] \quad (2.8)$$

zu definieren.  $X$  ist invariant bezüglich  $L_i$  und  $d\Omega_i$ , da diese beiden Größen direkt proportional zu  $dL_r$  sind (bei einer Verdopplung der einfallenden Lichtmenge verdoppelt sich auch die ausfallende Lichtmenge). Leider ist  $X$  aber nicht invariant bezüglich  $d\Omega_r$ , sondern proportional zu dieser Größe ( $d\Omega_r$  hängt vom Meßgerät und nicht vom einfallenden Licht oder der Oberfläche ab). Dies führt zur Definition der *spektralen Reflexionsfunktion*  $f_r$ :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \equiv \frac{dL_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)}{L_i(\theta_i, \phi_i) \cdot d\Omega_i} \quad [\text{sr}^{-1}] \quad (2.9)$$

Die spektrale Reflexionsfunktion wird in der Literatur üblicherweise mit BRDF (*bidirectional reflectance distribution function*) abgekürzt.

**Die BRDF ist eine reine Materialeigenschaft der reflektierenden Oberfläche und sowohl von Apparatgrößen des Meßgeräts als auch von der Beleuchtung unabhängig.** Bei einer lambertschen Fläche ist die BRDF bezüglich der Ein- und Ausfallswinkel konstant. Bei einer ideal spiegelnden Fläche ist die BRDF proportional zu einer Delta-Funktion, da dann  $dL_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r = \theta_i, \phi_r = \phi_i + 180^\circ) = L_i(\theta_i, \phi_i)$  ist und gekürzt werden kann (siehe Gleichung 2.9), der Nenner wegen des Faktors  $d\Omega_i$  aber differentiell bleibt:

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \propto \delta(\theta_i - \theta_r, 180^\circ - (\phi_i - \phi_r)) \quad (2.10)$$

### 2.1.3 Strahlungsflußdichte, Albedo und BRF

Die *Strahlungsflußdichte*  $E_i$  ist ein Maß für die gesamte, auf eine Oberfläche auftreffende Strahlung. Sie ist durch den auf ein differentielles Flächenelement  $dA$  einfallenden Strahlungsfluß  $\Phi_i$  definiert:

$$E_i \equiv \frac{d\Phi_i}{dA_i} \quad (2.11)$$

Integriert man den auf eine Fläche einfallenden Strahlungsfluß  $L_i(\theta_i, \phi_i)$  (englisch: *radiance*) über den auf die horizontale Fläche projizierten Raumwinkel der gesamten oberen Halbkugel, so erhält man die Strahlungsflußdichte  $E_i$  (englisch: *irradiance*):

$$E_i \equiv \int_{\Omega} L_i(\theta_i, \phi_i) d\Omega = \int_{\phi_i=0}^{\phi_i=2\pi} \int_{\theta_i=0}^{\theta_i=\frac{\pi}{2}} L_i(\theta_i, \phi_i) \cdot \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i d\theta_i d\phi_i \quad (2.12)$$

Die Einheit der Strahlungsflußdichte ist  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$ . Genau wie die Strahldichte  $L_i$  kann man die Größe  $E_i$  mit einem Index  $\lambda$  indizieren. Um die Anzahl der Indizes gering zu halten, wird in dieser Arbeit

darauf verzichtet. Teilt man das Integral über die von einer Probe reflektierte Strahldichte  $L_r$  durch die auf die Probe einfallende Strahlungsflußdichte  $E_i$ , ergibt sich die *Albedo*  $\rho$  der Probe :

$$\rho \equiv \frac{\int_{\Omega} L_r(\theta_r, \phi_r) d\Omega}{E_i} \quad (2.13)$$

In einigen Veröffentlichungen wird der Wert der BRDF eines Lambert-Reflektors als *Lambert-Koeffizient*  $\rho$  bezeichnet. Er ist nicht gleich der Albedo des Lambert-Reflektors. In dieser Arbeit wird die Bezeichnung 'Lambert-Koeffizient' nicht verwendet,  $\rho$  bezeichnet also immer die Albedo.

Bei einer nicht selbsttätig strahlenden Probe liegt die Albedo immer zwischen 0 und 1. Die Albedo kann vom Einfallswinkel der einfallenden Strahlung abhängen.

Häufig wird die BRDF durch den Teil  $dE_i(\theta_i, \phi_i)$  der einfallenden Strahlungsflußdichte  $E_i$  definiert, der aus der Richtung  $(\theta_i, \phi_i)$  stammt :

$$f_r \equiv \frac{dL_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)} \quad (2.14)$$

Diese Definition ist äquivalent zur Definition der BRDF in Gleichung 2.9 auf Seite 5, da nach Gleichung 2.12  $dE_i(\theta_i, \phi_i) = L_i(\theta_i, \phi_i) \cdot d\Omega_i$  gilt.

Die BRDF ist nur für infinitesimale Öffnungswinkel definiert. In der Praxis sind die Öffnungswinkel  $\omega_i$  und  $\omega_r$  endlich groß. Direkt meßbar ist nur der *Bikonische Reflektanz Faktor* BRF, der von Nicodemus (1970) wie folgt definiert wird :

$$R(\omega_i, \omega_r) = \frac{\pi}{\Omega_i \Omega_r} \cdot \int_{\omega_i} \int_{\omega_r} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) d\Omega_r d\Omega_i \quad [\text{dimensionslos}] \quad (2.15)$$

Damit diese Größe tatsächlich dimensionslos bleibt, ist der Faktor  $\pi$  als Raumwinkel  $\pi \cdot \text{sr}$  zu verstehen.

Der BRF  $R(\omega_i, \omega_r)$  ist bei infinitesimalen Raumwinkeln gleich dem Produkt aus  $\pi$  und der BRDF  $f_r$  aus Gleichung 2.14. In der Physik ist es aber durchaus üblich, differentielle Größen über endliche Differentiale zu messen. Z.B. die Geschwindigkeit<sup>1</sup>  $v$  wird durch den Quotienten aus der Differenz zweier Zeiten  $\Delta t$  und der Streckendifferenz  $\Delta s$  gebildet, obwohl sie eigentlich mit den infinitesimalen Differentialen bestimmt werden müsste :

$$v \equiv \frac{ds}{dt} \approx \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.16)$$

Bei genügend kleinen Raumwinkelementen  $\omega_i$  und  $\omega_r$  gilt also :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{R(\omega_i, \omega_r)}{\pi} \quad (2.17)$$

Auch bei relativ großen Raumwinkeln ist der Unterschied zwischen  $f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$  und  $\frac{R(\omega_i, \omega_r)}{\pi}$  in der Praxis bedeutungslos, solange die BRDF der untersuchten Oberfläche innerhalb der Raumwinkelemente  $\omega_i$  und  $\omega_r$  sich nur wenig ändert. **Obwohl man eigentlich nur Bidirektionale Reflektanzfaktoren  $R(\omega_i, \omega_r)$  messen kann, werden unsere Ergebnisse im Folgenden als BRDF-Werte bezeichnet.**

## 2.2 Reduktion der Winkelparameter der BRDF bei einer rotationssymmetrischen Fläche

Vier Winkel (und das Wellenlängenintervall) bestimmen die BRDF einer Oberfläche:

<sup>1</sup>Der Vergleich der BRDF mit der Geschwindigkeit stammt von F.E. Nicodemus.

1. Einfallswinkel  $\theta_i$
2. Einfallswinkel  $\phi_i$
3. Ausfallswinkel  $\theta_r$
4. Ausfallswinkel  $\phi_r$

Falls es sich um eine Fläche handelt, die rotationssymmetrisch ist bzgl. des Normalenvektors der Fläche, ist nur die Azimutdifferenz von einfallendem und reflektiertem Strahl maßgebend (vgl. z.B. Horn (1986), Seite 210), so daß eine Reduktion der Freiheitsgrade der BRDF auf drei Winkel möglich ist:

1. Einfallswinkel  $\theta_i$
2. Ausfallswinkel  $\theta_r$
3. Relativer Azimutwinkel  $\nu = |\phi_i - \phi_r|$

Die Anzahl der Freiheitsgrade der Strahlungsflußdichte reduziert sich von zwei auf eins :

$$E_i(\theta_i, \phi_i) = E(\theta_i) \quad (2.18)$$

Die Annahme, daß eine Fläche rotationssymmetrisch ist, bringt also eine Reduktion der Parameter. Hier zu ein Rechenbeispiel, daß sie Vorteilhaftigkeit dieses Effekts belegt:

Um die BRDF einer Fläche zu vermessen, muß man verschiedene Kombinationen von Einfallswinkel und Ausfallswinkel wählen und zwischen diesen Stützstellen interpolieren (es ist natürlich unmöglich, eine exakte BRDF zu messen, da man unendlich viele Stützstellen benötigt). Wählt man pro Winkel 5 Stützstellen (z.B. für  $\theta_i$ , den Zenitwinkel der einfallenden Strahlung  $0^\circ, 25^\circ, 50^\circ, 75^\circ$  und  $85^\circ$ , usw.), so benötigt man bei einer nicht-rotationssymmetrischen Fläche  $5^4 = 625$  Messungen, bei einer rotationssymmetrischen dagegen nur  $5^3 = 125$  Messungen.

In der Literatur wird sehr häufig Rotationssymmetrie angenommen. Diese Annahme kann sich als zu vereinfachend herausstellen (Völlger 1993). Natürliche Oberflächen sind nie perfekt rotationssymmetrisch, spätestens auf der atomaren Ebene sind sie es nicht mehr. Die nicht einfach zu klärende Frage bleibt, ob man bei den hier zu untersuchenden Flächen Rotationssymmetrie annehmen kann, um die BRDF auf drei Freiheitsgrade zu reduzieren. Da unsere Proben aber gerade so ausgewählt wurden, daß sie für das menschlichen Auge rotationssymmetrisch erscheinen (siehe auch Kapitel 3.1.6, 'Beschreibung der Proben', Seite 17), wird für dieses Experiment die Rotationssymmetrie der Proben angenommen.

# Kapitel 3

## Durchführung des Experiments

### 3.1 Allgemeine Versuchsbeschreibung

#### 3.1.1 Spektrometer OVID

##### 3.1.1.1 Prinzipielle Funktionsweise des Meßgeräts

Als Meßgerät dient das hochauflösende Spektrometer OVID (Optical Visible and Infrared Detector). Es wurde uns freundlicherweise vom Meteorologischen Institut der Universität Hamburg und dem Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg, zur Verfügung gestellt. OVID besteht aus zwei unabhängigen Meßvorrichtungen : eine für den Bereich  $0.25 - 1.05 \mu\text{m}$ , eine für den nahen Infrarotbereich ( $0.95 - 1.65 \mu\text{m}$ ). Wir benutzten die Meßvorrichtung für den Infrarotbereich nicht. Eine Verwendung beider Detektoren hätte zu einer Verdoppelung des Meßaufwandes geführt. Der Infrarot-Detektor wird hier nicht beschrieben. Weitere Informationen zum OVID befinden sich in Bartsch et al. (1994b).

Die folgende Beschreibung der Funktionsweise des OVID läßt sich an Abbildung 3.1 auf Seite 10 leicht verfolgen. Das zu analysierende Licht wird zunächst von einem Teleskop aufgefangen. Licht einer kleineren Wellenlänge als  $0.59 \mu\text{m}$  wird durch einen Filter am Eingang des Teleskoprohres absorbiert. Dies hat zur Folge, daß bei der Beugung am Gitter keine Maxima zweiter Ordnung gemessen werden<sup>1</sup>. Im Teleskop befindet sich ein gekrümmter Spiegel, dessen Brennweite zusammen mit dem Durchmesser des Glasfaserbündels den Öffnungswinkel des Meßgeräts bestimmt. Dieser Spiegel reflektiert die einfallende Strahlung in das Glasfaserbündel. Das Licht wird über das ca. 15 m lange Glasfaserkabel auf den Spalt A geleitet, an dem es gebeugt wird. Das Licht trifft auf den Hohlspiegel B ('Kollimatorspiegel'), der sich genau im Abstand seiner Brennweite vom Spalt befindet, so daß das Licht nach der Spiegelung parallel ist. Der parallele Strahl wird am Gitter C gebeugt, erst hier findet die Zerlegung des Strahls nach Wellenlängen statt. Das durch das Gitter spektral zerlegte Licht wird durch den gekrümmten Spiegel D ('Fokussierspiegel') fokussiert und fällt durch die Öffnung E auf eine CCD-Kamera im Detektor.

Die Pixel des CCD-Chips sind in einem zweidimensionalen Feld (Matrix) angeordnet. Eine Spalte (Dimension) dieses Feldes charakterisiert die Wellenlänge. Die andere Dimension (die Zeile) ist überflüssig, da jede Zeile die gleiche Information enthält, wenn die Spalten der Matrix mit der Richtung des Eintrittspalts zusammenfallen. Falls die Intensität des einfallenden Lichts schwach ist, summiert man das Signal mehrerer Zeilen, um ein besseres Signal-Rauschverhältnis zu erhalten. Die Anzahl der Zeilen, über die summiert wird, kann der Benutzer mit dem sogenannten Binningparameter bei jeder Messung neu einstellen. Der CCD-Chip hat eine Größe von 1024 Spalten  $\times$  256 Zeilen. Der Abstand zwischen den Zentren zweier Pixel beträgt  $27 \mu\text{m}$ , so daß sich eine Gesamtgröße von ca.  $2.8 \text{ cm} \times 0.7 \text{ cm}$  ergibt. Außerdem hat der Benutzer die Möglichkeit, die Belichtungszeit zu wählen. Die kleinstmögliche Belichtungszeit beträgt 5 ms. Da die Auslesezeit für den CCD-Chip aber größer ist, erhöht sich die tatsächliche minimale Beleuchtungszeit auf 40

---

<sup>1</sup>Beispielsweise wird das zweite Beugungsmaximum von Licht der Wellenlänge 400 nm in die gleiche Richtung gebeugt wie das erste Beugungsmaximum der Wellenlänge 800 nm.

ms.

Die CCD-Kamera ist über einen Verstärker an den Controller eines PC's angeschlossen, der das gemessene Spektrum graphisch auf einem Monitor darstellt und auf einer Wechselfestplatte speichert. Der Controller wandelt das analoge Signal in ein digitales Signal von 14 Bit um (maximaler Grauwert:  $2^{14} = 16384$ ).

### 3.1.1.2 Kalibration des Spektrometers

Der Benutzer des OVID muß an jedem Meßtag das Gerät kalibrieren. Die Kalibrierung wird vor und nach dem Messen durchgeführt. Hierzu stehen zwei Leuchtquellen zur Verfügung.

Die diskreten Emissionslinien einer Argonlampe dienen zur Kalibrierung der Wellenlänge. In der Auswertungssoftware war ursprünglich noch eine Routine enthalten, die in den gemessenen Spektren nach den Fraunhoferlinien des Sonnenspektrums sucht und das gemessene Spektrum auf diese Linien kalibriert. Damit wird eine Kalibrierengenauigkeit von ca.  $\delta\lambda = 0.5$  nm erreicht. Da diese Linien bei bewölktem Himmel in den von einer Oberfläche reflektierten Spektren jedoch nicht mehr so eindeutig zu erkennen sind wie in Messungen vom Himmelslicht (hierfür wurde der OVID von den Meteorologen konzipiert), entfernte ich diese Routine. Für Labormessungen ist diese Routine natürlich ebenfalls nicht geeignet. Die Genauigkeit der Kalibration mit der Argonlampe von  $\pm 1.5$  nm (persönliche Mitteilung von Dr. B. Bartsch, der federführenden Konstrukteurin des OVID) ist für unsere Zwecke völlig ausreichend.

Die Strahldichte wird über eine Ulbricht-Kugel kalibriert. In einer Ulbricht-Kugel befindet sich eine Lampe. Die Innenwände einer Ulbricht-Kugel sind mit einem diffus reflektierendem Material versehen. Aus einer kreisförmigen Öffnung (Durchmesser bei der von uns verwendeten Ulbricht-Kugel: ca. 10 cm) tritt Licht aus. Eine Ulbricht-Kugel wird so konstruiert, daß die Strahldichte des austretenden Lichts möglichst unabhängig vom Austrittswinkel ist (eine genaue Beschreibung einer Ulbricht-Kugel befindet sich in Kohlrusch (1968)). Die Strahldichte wird vom Hersteller geeicht.

Aus der Messung der Strahldichte der Ulbricht-Kugel mit dem OVID und einer Dunkelstrommessung ergeben sich die zwei Koeffizienten der Kalibrationskurve des OVID, die als linear angenommen wird. Der Dunkelstrom, der bei Belichtungszeiten unter 0.1 s hauptsächlich vom Verstärker erzeugt wird, beträgt als Grauwert ca. 100. Falls man ein Signal der maximalen Stärke 16384 mißt, ist der Dunkelstrom vernachlässigbar klein, bei einem Signal von nur 1000 natürlich nicht.

### 3.1.1.3 Wellenlängenauflösung

Das spektrale Auflösungsvermögen von OVID ist abhängig von den verwendeten Gittern (siehe Abbildung 3.1). Die von uns benutzten Gitter erlauben eine Auflösung von  $\Delta\lambda = 1.7$  nm. Üblicherweise werden Messungen in der Fernerkundung von Oberflächen mit Wellenlängenintervallen durchgeführt, die um eine Zehnerpotenz größer sind, das kleinste Intervall des DAEDALUS-Scanners<sup>2</sup> z.B. liegt bei  $\Delta\lambda = 20$  nm. Dies stellt selbstverständlich kein Problem dar, man kann die jeweiligen Spektren mit der Apparatfunktion des DAEDALUS falten, so daß sie einem DAEDALUS-Kanal entsprechen.

### 3.1.1.4 Modifikationen am OVID für das Experiment

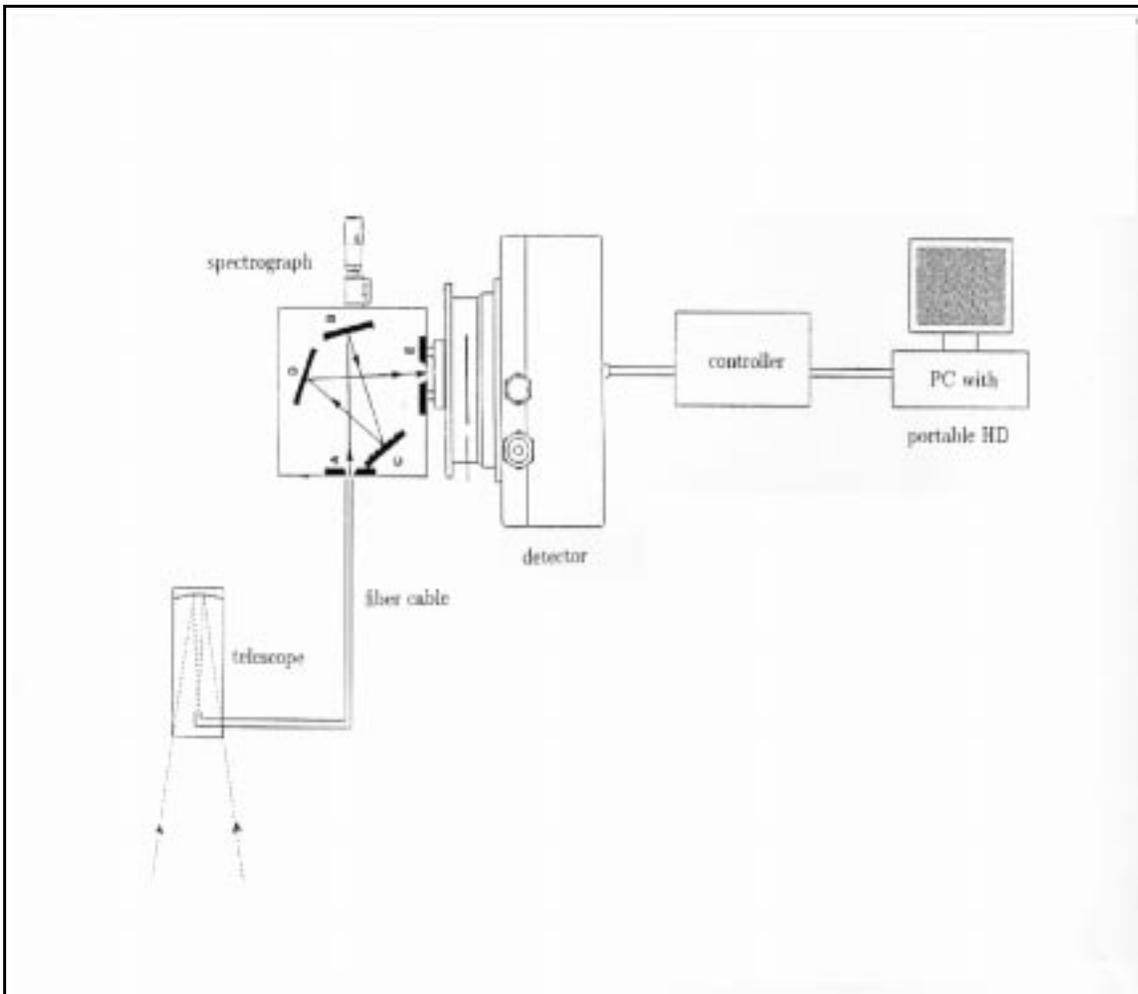
Wir wählten als Abstand Probe – OVID 1.0 m.<sup>3</sup> Der Öffnungswinkel des OVID ist so klein ( $< 0.2^\circ$ ), daß er bei dieser Entfernung vernachlässigt werden kann. D.h., daß die vom OVID erfaßte Fläche der zu untersuchenden Probe gleich der Fläche des Spiegels im Teleskop ist (siehe Abbildung 3.1). Da diese Fläche für unsere Zwecke zu groß war, verdeckten wir einen großen Teil des Teleskopeingangs mit einer Pappscheibe, vgl. Seite 22.

Die sehr gute Wellenlängenauflösung des OVID wird zur Messung der Absorptionslinien in der Atmosphäre benötigt. Bei der Reflexion an Festkörpern entstehen diese Linien nicht, so daß für unsere Zwecke

<sup>2</sup>Die Auswertung von Messungen mit DAEDALUS wird ausführlich beschrieben in (Kollewe 1995) und (Hepp 1994).

<sup>3</sup>Eine Distanz von 2 m wird für den Abstand Sensor-Oberfläche von Milton (1987) empfohlen. Viele Empfehlungen von Milton zur Feldspektroskopie konnten mit unserem Versuchsaufbau verwirklicht werden.

Abbildung 3.1: Prinzipskizze des OVID



Quelle : Bartsch et al. (1994a)

eine Wellenlängenaufösung von  $\Delta\lambda = 5$  nm ausreicht. Die entsprechende Mittelung wird in Kapitel 3.2.2 auf Seite 21 beschrieben.

Aufgrund von kurzfristig nicht lösbaren technischen Problemen (Streustrahlung im Detektor) konnte mit OVID keine Messung von Wellenlängen größer als  $0.9\mu\text{m}$  durchgeführt werden. **Bei einer Mittelung zu Intervallen von  $\Delta\lambda = 5$  nm ergeben sich im Bereich 600 nm – 900 nm 61 Meßwerte.**

### 3.1.2 Meßtisch

In Zusammenarbeit mit der Werkstatt des II. Instituts für Experimentalphysik der Universität Hamburg wurde ein Meßtisch entworfen. Dieser Meßtisch

1. kann eine auf ihm liegende Probe so drehen, daß ein Punkt ihrer Oberfläche immer auf derselben Position bleibt. (Das Spektrometer wird so justiert, daß dieser Punkt auch der Mittelpunkt der vom Sensor registrierten Fläche ist.)
2. kann die Probe um einen Zenitwinkel von  $90^\circ$  und einen Azimutwinkel von  $360^\circ$  drehen, damit die Oberfläche alle möglichen Neigungen annehmen kann.
3. kann eine Fläche der Größe  $40\text{ cm} \times 50\text{ cm}$  aufnehmen.
4. reflektiert wenig Licht (darum wählten wir eine schwarze, matte Farbe).
5. ist leicht verstellbar, um beim Einstellen der Neigungen nicht zuviel Zeit zu verlieren.

Außerdem ist es möglich, am Tisch einen Viertelbogen mit einem Radius von 50 cm zu befestigen, an dem eine Lampe angebracht werden kann (siehe Abbildung A.4). An dem Viertelbogen befindet sich eine Gradeinteilung von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$ . Die Lampe wird in eine Fassung geschraubt, welche an einem Schlitten befestigt ist. Dieser Schlitten kann am Viertelbogen verschoben werden, so daß man jeden Einfallswinkel  $\theta_i$  von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  einstellen kann. Der Abstand von der Leuchtfläche der Lampe zum Mittelpunkt der Probefläche beträgt 49 cm. Seit dem 20.1.1995 steht der Meßtisch zur Verfügung. Zwei der von der Werkstatt angefertigten Übersichtszeichnungen befinden sich im Anhang, Seite 93 und 92. Es wurden ca. 100 Mannstunden benötigt, um den Tisch anzufertigen. Die Arbeiten am Entwurf sind dabei nicht mitgerechnet.

### 3.1.3 Berechnung der einzustellenden Neigungswinkel des Meßtisches

Um die verschiedenen Kombinationen von Einfallswinkel und Ausfallswinkel herzustellen, gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten:

1. **Änderung der Position des Sensors.** Da in unseren Breiten (Hamburg : ca.  $50^\circ$  nördliche Breite) die Sonne im Meßmonat März im Laufe eines Tages nur Zenitwinkel größer als  $49^\circ$  (relativ zum Nadir) einnimmt, führt dieses Verfahren zu einer sehr lückenhaften Messung der BRDF. Außerdem ist es mit den uns zur Verfügung stehenden Mitteln nur mit einem sehr großen Zeitaufwand möglich, die Position des Sensors zu verändern. An der Universität Zürich wird eine Konstruktion aus Aluminiumträgern benutzt, um einen Sensor in allen möglichen Richtungen der oberen Halbkugel zu positionieren. Mit diesem Gerät soll die BRDF von natürlichen Oberflächen gemessen werden (siehe Sandmeier et al. (1994)).
2. **Änderung der Neigung der zu untersuchenden Oberfläche.**

Wir haben die zweite Möglichkeit gewählt, die aber ebenfalls einige Probleme in sich birgt. Bei einer Fläche kann man den Zenit- und den Azimutwinkel unabhängig voneinander einstellen, man hat also zwei Freiheitsgrade. Eine BRDF hängt jedoch von mindestens drei Winkeln ab, so daß man bei einer bestimmten Sonnenstellung und einer bestimmten Sensorstellung nicht alle möglichen Winkel der BRDF vermessen kann. Glücklicherweise ist die Position der Sonne nicht fest, außerdem ist es natürlich möglich, den OVID

an verschiedenen Tagen aus verschiedenen Positionen messen zu lassen. Auf diese Weise ist es möglich, ein genügend dichtes Netz an Winkelstützstellen für die BRDF zu erhalten.

Um eine bestimmte Winkelkombination einzustellen, könnte man die Einfallswinkel direkt an der Fläche messen und solange die Neigung des Meßtisches verändern, bis die gewünschte Winkelkombination erreicht ist. Dieses Vorgehen hat zwei Nachteile :

1. Man muß abschätzen können, welche Positionen des Meßgeräts OVID die Messung möglichst vieler verschiedener Winkelkombinationen erlauben, da man nicht für jede Meßreihe die Position des OVID verändern möchte. Diese Abschätzung ist bei  $\nu = 0^\circ$  und  $\nu = 180^\circ$  sehr einfach. Bei anderen Azimutwinkeln ist jedoch die Berechnung mehr als einer Winkelkombination pro Position des OVID sehr aufwendig.
2. Die Messung der Winkel ist bei den üblichen Hilfsmitteln (Lot und Geodreieck) mit einem relativ großen Fehler behaftet. Die Konstruktion eines geeigneten Winkelmeßgeräts für die Ebene der Meßtischfläche wäre erforderlich.

Wegen dieser Nachteile entschieden wir uns dafür, die Winkel relativ zur geneigten Meßtischfläche vor der Einstellung des Meßtisches zu berechnen. Dazu benötigt man folgende Winkel (siehe Abbildung 3.2):

### 1. Zenit- und Azimutwinkel der Sonne relativ zur Erdoberfläche: $\theta_S$ und $\phi_S$

Diese Winkel wurden für das Sonnenlicht mit Hilfe eines von R. Wiemker erstellten Programms für jeden Meßtag für jede Uhrzeit bei einem Zeitraster von 6 Minuten berechnet.  $\phi = 0^\circ$  entspricht dabei Norden,  $\phi = 90^\circ$  entspricht Osten und  $\theta = 0^\circ$  entspricht dem Nadir.

Bei den Labormessungen konnte der zur Probenoberfläche relative Einfallswinkel  $\theta_i$  direkt an der Skala abgelesen werden, die am Viertelbogen des Meßtisches ( siehe Kapitel 3.1.2 ) angebracht war. Die absoluten Einfallswinkel  $\theta_S$  und  $\phi_S$  ergeben sich mit  $\theta_i$  aus der Neigung der Meßtischfläche, da an ihr der Viertelbogen befestigt ist.

### 2. Zenit- und Azimutwinkel des OVID : $\theta_O$ und $\phi_O$

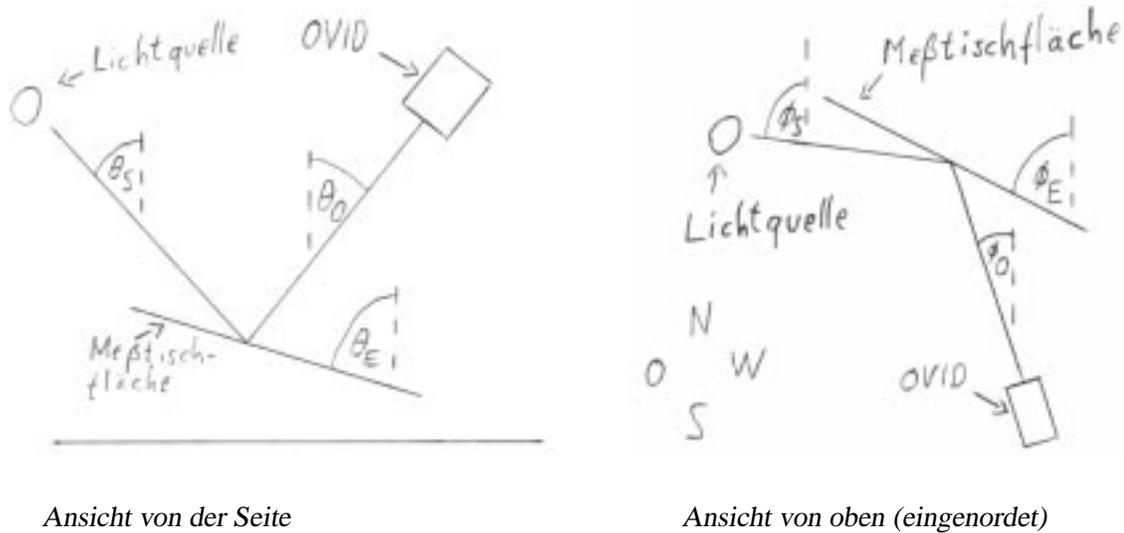
Diese Winkel wurden auf folgende Weise gemessen: am Meßtisch befindet sich eine horizontale Winkelscheibe. Diese wurde mit Hilfe des Sonnenstandes eingenordet, den dazu benötigten Azimutwinkel der Sonne erstellte das oben angegebene Programm. Im Labor entfiel das Einnorden natürlich. Vom Teleskop des OVID zum Mittelpunkt der Winkelscheibe, der genau senkrecht unterhalb des Mittelpunkts der auszumessenden Probenfläche liegt, wurde ein Bindfaden gespannt. So konnte an der Winkelscheibe des Meßtisches der Azimutwinkel des OVID  $\phi_O$  abgelesen werden. Der Zenitwinkel des OVID  $\theta_O$  wurde mit einem Lot bestimmt.

### 3. Zenit- und Azimutwinkel der Meßtischfläche : $\theta_E$ und $\phi_E$

Diese Winkel konnten wir einfach an der am Meßtisch angebrachten Skala ablesen. Wir überprüften mit einer Wasserwaage, daß der Meßtisch horizontal stand.

Ich erstellte einen Programm, das für jeden Meßtag bei mehreren festen Sensorpositionen die Winkelkombinationen berechnete, die möglichst nahe an einer gewünschten Winkelkombination liegen. Sonnenzenitwinkel  $\theta_S$  größer als  $80^\circ$  wurden ausgeschlossen, um den Anteil des Himmelslichts möglichst gering zu halten (zur Problematik des Himmelslichts siehe Kapitel 3.3.2). Wir wählten die Positionen des Sensors an den verschiedenen Meßtagen der Feldmessungen so, daß insgesamt alle gewünschten Winkelkombinationen erfaßt wurden. Der dem Programm zugrunde liegende Algorithmus wird im folgenden Abschnitt vorgestellt.

Abbildung 3.2: Absolute Winkel bei der Messung



Ansicht von der Seite

Ansicht von oben (eingenor-det)

### 3.1.4 Algorithmus für die Berechnung der Winkel in der Ebene

Mit den 6 Winkeln  $\theta_S$ ,  $\phi_S$ ,  $\theta_O$ ,  $\phi_O$ ,  $\theta_E$  und  $\phi_E$  kann man die Einfallswinkel  $\theta_i$ ,  $\nu$  und  $\theta_r$  in der Ebene der Meßtischfläche berechnen. Ich benutzte hierzu folgendes Verfahren :

#### 1. Schritt :

Je ein Winkelpaar  $(\theta, \phi)$  beschreibt eine Richtung im dreidimensionalen Raum. Dieser Richtung entspricht genau ein Vektor im  $\mathbb{R}^3$ , der in die gleiche Richtung zeigt. Bei Normierung des Vektorbetrags auf 1 ergibt sich folgende Zuordnung:

$$\begin{aligned} \vec{r} &\equiv (r_x, r_y, r_z)^T & (3.1) \\ r_x &\equiv \sin \theta \cdot \cos \phi \\ r_y &\equiv \sin \theta \cdot \sin \phi \\ r_z &\equiv \cos \theta \end{aligned}$$

Auf diese Weise erhält man Einheitsvektoren  $\vec{r}_S$ ,  $\vec{r}_O$  und  $\vec{r}_E$ .

#### 2. Schritt :

Der Einfallswinkel  $\theta_i$  ist der relative Winkel zwischen  $\vec{r}_S$  und  $\vec{r}_E$ . Der relative Winkel  $\theta$  zwischen zwei beliebigen Vektoren  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  im  $\mathbb{R}^3$  ist gegeben durch

$$\cos \theta = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|} \quad (3.2)$$

Da die Norm von  $\vec{r}_S$  und  $\vec{r}_E$  gleich 1 ist, gilt also :

$$\theta_i = \cos^{-1}(\vec{r}_S \cdot \vec{r}_E) \quad (3.3)$$

Der Ausfallszenitwinkel  $\theta_r$  ist der relative Winkel zwischen  $\vec{r}_O$  und  $\vec{r}_E$  :

$$\theta_r = \cos^{-1}(\vec{r}_O \cdot \vec{r}_E) \quad (3.4)$$

Die Berechnung des relativen Azimutwinkels  $\nu$  ist etwas komplizierter, da hierzu die Vektoren  $\vec{r}_S$  und  $\vec{r}_O$  in die Ebene der Meßtischfläche projiziert werden müssen. Hierzu zieht man einfach den Anteil des Vektors  $\vec{r}_S$  bzw.  $\vec{r}_O$  ab, der parallel zum Vektor der Ebene  $\vec{r}_E$  verläuft ( $\vec{r}_E$  steht senkrecht auf der Fläche des Meßtisches). Das Ergebnis erhält die Bezeichnung  $\vec{r}_{SE}$  bzw.  $\vec{r}_{OE}$  :

$$\begin{aligned} \vec{r}_{SE} &\equiv \vec{r}_S - (\vec{r}_S \cdot \vec{r}_E) \cdot \vec{r}_E \\ \vec{r}_{OE} &\equiv \vec{r}_O - (\vec{r}_O \cdot \vec{r}_E) \cdot \vec{r}_E \end{aligned} \quad (3.5)$$

Mit den beiden so entstandenen Vektoren kann man den relativen Azimutwinkel  $\nu$  berechnen :

$$\nu = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{r}_{SE} \cdot \vec{r}_{OE}}{\|\vec{r}_{SE}\| \cdot \|\vec{r}_{OE}\|} \right) \quad (3.6)$$

### 3.1.5 Das Verfahren zur Bestimmung der BRDF

Um die BRDF einer Fläche zu ermitteln, müssen die einfallende und die reflektierte Strahlung gemessen werden. Da man den OVID wegen der großen Intensität nicht direkt auf die Sonne richten kann, muß man die einfallende Strahlung auf indirektem Wege bestimmen. Zu diesem Zweck erwarben wir eine genormte Referenzfläche, eine 30cm  $\times$  30cm große sogenannte Spectralon-Fläche des Herstellers Labsphere, Inc., North Sutton, USA. Die Verwendung dieses Materials wird z.B. von Jackson et al. (1992) empfohlen. Diese Fläche besitzt bei einem Einstrahlwinkel von  $\theta_i = 8^\circ$  eine schwach wellenlängenabhängige Albedo von  $\rho \approx 0.51$ . Die genauen Werte ergeben sich aus der Tabelle A.1 im Anhang. Eine graphische Darstellung der Werte befindet sich ebenfalls dort (Abbildung A.1). Außerdem soll die Fläche ähnlich wie ein Lambert-Reflektor reflektieren (die BRDF eines Lambert-Reflektors ist unabhängig von Ein- und Ausfallswinkeln). Der Hersteller konnte jedoch keine genauen Angaben bezüglich der lambertschen Eigenschaften unserer Spectralon-Fläche machen. Daher wurde folgendes Vorgehen realisiert: (Abbildung 3.3 auf Seite 15 bietet eine graphische Übersicht über unsere Vorgehensweise)

#### 1. Bestimmung der BRDF des Spectralons:

Zuerst wird in einem Laborversuch mit einer Halogenlampe bei verschiedenen Einfallswinkeln die in alle Richtungen reflektierte Strahldichte gemessen. Da die Albedo des Spectralons bekannt ist, läßt sich so die von der Lampe auf das Spectralon treffende Strahlungsflußdichte  $E_i(\theta_i, \phi_i)$  bestimmen.

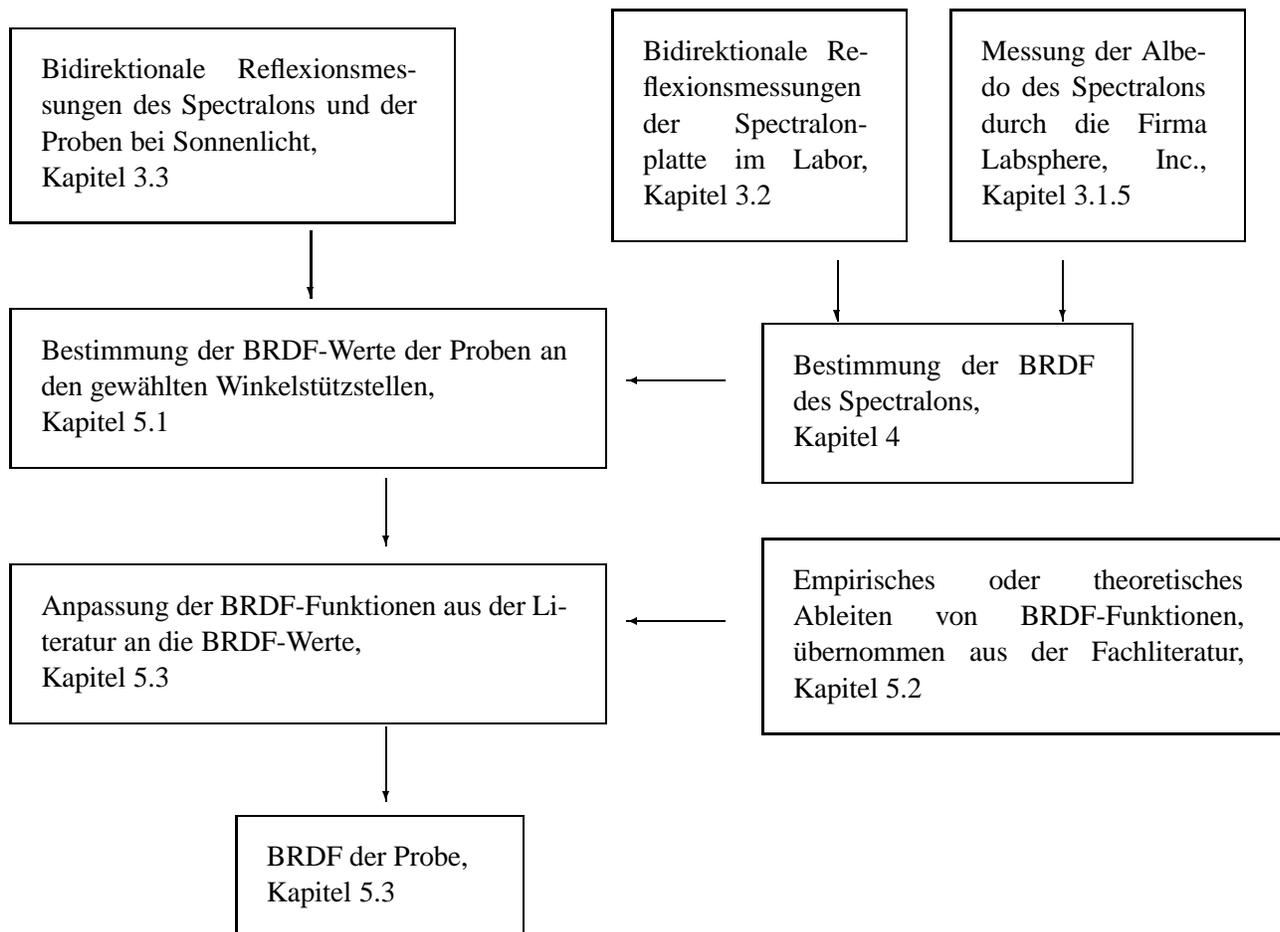
Aus den Gleichungen 2.12 und 2.13 auf Seite 5 folgt

$$E_i(\theta_i, \phi_i) = \frac{1}{\rho(\theta_i)} \cdot \int_{\Omega} L_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) d\Omega \quad (3.7)$$

Die Spectralonfläche ist rotationssymmetrisch. Dies wurde von mir überprüft, indem ich die Spectralonfläche um ihre vertikale Achse drehte. Es ergab sich keine signifikante Änderung der reflektierten Strahldichte. Man kann die obige Gleichung deshalb umformen zu (siehe Gleichung 2.18 auf Seite 7)

$$E_i(\theta_i, \phi_i) = E_i(\theta_i) = \frac{1}{\rho(\theta_i)} \cdot 2 \cdot \int_{\Omega/2} L_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega \quad (3.8)$$

da für jede rotationssymmetrische Fläche gilt :

**Abbildung 3.3:** Schematische Darstellung der Bestimmung der BRDF

$$\int_{\Omega} L_r(\theta_i, \phi_r, \theta_r) d\Omega = 2 \cdot \int_{\Omega/2} L_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega \quad (3.9)$$

$\int_{\Omega/2} d\Omega$  steht für die Integration über eine Hälfte der oberen Halbkugel :

$$\int_{\Omega/2} d\Omega \equiv \int_{\nu=0}^{\nu=\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta d\nu \quad (3.10)$$

Die einfallende Strahlungsflußdichte  $E_i$  ist im Labor gleich der aus dem durch

- (a) die Größe der Lampe bestimmten Raumwinkelement  $\Delta\omega_i$
- (b) der Strahldichte  $L_i(\theta_i, \phi_i)$  der Lampe

gegebenen einfallenden Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  :

$$E_i(\theta_i) = \int_{\Delta\omega_i} L_i(\theta_i, \phi_i) d\omega_i \equiv \Delta E_i(\theta_i) , \quad (3.11)$$

da die Lampe im abgedunkelten Labor die einzige Lichtquelle ist.  $L_i$  ist aber nicht bekannt, so daß  $\Delta E_i$  mit Gleichung 3.8 bestimmt werden muß.

Wenn die Änderung der BRDF innerhalb der Raumwinkelemente  $\omega_i$  und  $\omega_r$  vernachlässigbar ist, kann man für Gleichung 2.14 im Labor schreiben:

$$f_r(\theta_i, \nu, \theta_r) = \frac{L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\Delta E_i(\theta_i)} \quad (3.12)$$

Aus dem Zähler  $dL_r$  aus Gleichung 2.14 wurde in Gleichung 3.12  $L_r$ , da die gesamte reflektierte Strahldichte  $L_r$  aus der einfallenden Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  der Lampe stammt und sich nicht aus Anteilen an der Strahlungsflußdichte  $E_i$  aus verschiedenen Einfallsrichtungen  $(\theta_i, \phi_i)$  zusammensetzt (vgl. Seite 5 zu dieser Problematik). Im Falle der Labormessungen ist also

$$dL_r = L_r \cdot \quad (3.13)$$

Der Öffnungswinkel des OVID ist kleiner als  $0.2^\circ$ , also ist die Änderung der BRDF in diesem Bereich vernachlässigbar. Der Öffnungswinkel der Halogenlampe bezüglich der Meßfläche beträgt  $5.3^\circ$ . Auch den aus diesem großen Öffnungswinkel resultierende Fehler werden wir vernachlässigen. Die in Kapitel 4.4.2 vorgestellten Resultate zeigen die Zulässigkeit dieser Vorgehensweise.

An die durch Gleichung 3.12 gewonnenen BRDF–Werte wird eine differenzierbare Funktion  $f_r^S$  angepaßt, die von den Koeffizienten  $(a_0, a_1, \dots) \equiv \vec{a}$  abhängt. (Aus diesem Grund wird sie in Kapitel 4 mit  $f_r^{\vec{a}}$  bezeichnet.)  $f_r^S$  ergibt die BRDF des Spectralons für alle möglichen Winkelkombinationen, also auch für solche, die nicht genau einer der gewählten Winkelkombination entsprechen.

## 2. Bestimmung der BRDF der Proben:

Unter natürlichen Lichtverhältnissen (also bei Sonnenschein unter freiem Himmel) werden pro Winkelkombination mehrere Messungen durchgeführt:

- Eine Messung der reflektierten Strahldichte  $L_r$  des von der Sonne direkt bestrahlten Spectralons.
- Eine Messung der reflektierten Strahldichte  $L_r$  des Spectralons, bei der die Spectralonfläche beschattet wird. Bildet man die Differenz dieser beiden Messungen, fällt der Anteil, den das Himmelslicht zur reflektierten Strahlung beiträgt, heraus, und es bleibt nur die direkt von der Sonne stammende Strahldichte  $\Delta L_r^S(\theta_i, \nu, \theta_r)$  übrig.
- Eine Messung der reflektierten Strahldichte  $L_r$  einer von der Sonne direkt bestrahlten Probe.
- Eine Messung der reflektierten Strahldichte  $L_r$  der Probe, bei der die Probe beschattet wird. Bildet man die Differenz dieser beiden Messungen, fällt der Anteil, den das Himmelslicht zur reflektierten Strahlung beiträgt, heraus, und es bleibt wieder nur die direkt von der Sonne stammende Strahldichte  $\Delta L_r^P(\theta_i, \nu, \theta_r)$  übrig.

Setzt man  $\Delta L_r^S$  und  $\Delta L_r^P$  für  $L_r$  in Gleichung 3.12 ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} f_r^S(\theta_i, \nu, \theta_r) &= \frac{\Delta L_r^S(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\Delta E_i(\theta_i)} \\ f_r^P(\theta_i, \nu, \theta_r) &= \frac{\Delta L_r^P(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\Delta E_i(\theta_i)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Hierbei ist  $\Delta E_i(\theta_i)$  die von der Sonne stammende Strahlungsflußdichte und  $f_r^P(\theta_i, \nu, \theta_r)$  der gesuchte BRDF-Wert der Probe. Unter der Annahme, daß die Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i(\theta_i)$  bei beiden Messungen gleich ist, erhält man durch eine Division der beiden obigen Gleichungen und eine elementare Umformung:

$$\underbrace{f_r^P(\theta_i, \nu, \theta_r)}_{\text{gesucht}} = \underbrace{f_r^S(\theta_i, \nu, \theta_r)}_{\text{Labormessung}} \cdot \underbrace{\frac{\Delta L_r^P}{\Delta L_r^S}}_{\text{Feldmessung}} \quad (3.15)$$

Der Fehler  $\sigma_{f_r^P}$  ergibt sich einfach aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_{f_r^P}^2 = \left( \frac{\Delta L_r^P}{\Delta L_r^S} \cdot \sigma_{f_r^S} \right)^2 + \left( \frac{f_r^S}{\Delta L_r^S} \cdot \sigma_{L_r^P} \right)^2 + \left( \frac{f_r^S \cdot \Delta L_r^P}{(\Delta L_r^S)^2} \cdot \sigma_{L_r^S} \right)^2 + (\sigma_{\text{Parameter}})^2 \quad (3.16)$$

Da die Winkel  $(\theta_i, \nu, \theta_r)$  bei einer Messung nicht exakt bestimmt werden können, mußte in Gleichung 3.16 der Parameterfehler  $\sigma_{\text{Parameter}}$  addiert werden. Er wird in Kapitel 3.3.4.1 berechnet. An die BRDF-Werte  $f_r^P$  werden verschiedene Funktionen  $f_r$  angepaßt. Die Funktion  $f_r$  mit dem besten Anpassungsergebnis ergibt die BRDF der Probe. Die Funktionen  $f_r$ , die zur Anpassung verwendet wurden, werden in Kapitel 5.2 vorgestellt.

### 3.1.6 Die Proben

Die zu vermessenden, natürlichen Oberflächen wurden so präpariert, daß sie alle die gleiche Dicke aufweisen. Nur so ist es möglich, den Abstand und die Winkel zwischen Probe und OVID konstant zu halten, ohne die Position des OVID bei jedem Probenwechsel zu ändern. Um die in Kapitel 2.2 beschriebene Rotationssymmetrie zu gewährleisten, wurden die Proben so gewählt, daß sie eine Fläche von mindestens 14

cm Durchmesser besitzen, die möglichst homogen und eben ist. Diese Vorgabe schließt z.B. die meisten Dachziegelarten aus, da Dachziegel häufig eine gebogene Oberfläche besitzen.

Im folgenden werden die für die Messungen zur Verfügung stehenden Proben einzeln beschrieben. Die Proben sind dem Augenschein nach rotationssymmetrisch, die kleinen Abweichungen hiervon werden aufgeführt.

### 1. Aluminiumplatte

Die ca. 5 mm dicke, rechteckige Aluminiumplatte hatte eine Kantenlänge von 50 cm. Sie wurde für diesen Versuch neu gekauft und war silbrig glänzend.

### 2. Lackierte Aluminiumplatte

Die Rückseite der obigen Aluminiumplatte wurde mit rotem Lack übersprüht. Es wurde Sprühlack der Marke 'relius' von der Firma 'BÜFABaeuerle' (Baeuerele Farben GmbH + Co., 8940 Memmingen, FRG) der Farbe 'feuerrot', seidenmatt verwendet.

### 3. Plastik

Hier wurde die Rückseite eines weißen Küchentablets aus Plastik benutzt, die extrem glatt war. Das Plastik besitzt eine starke spiegelnde Komponente.

### 4. Kresse

Die Kresse wurde aus einem nahegelegenen Supermarkt gekauft, nach spätestens 3 Tagen durch neue ersetzt und natürlich regelmäßig gegossen. Die Oberfläche der Kresse war die mit Abstand unebenste Fläche aller Proben. Es wurden zwei Schalen Kresse so eng nebeneinander gestellt, daß sich eine quadratische Fläche mit einer Kantenlänge von 14 cm ergab.

### 5. Gehwegplatte

Die Gehwegplatte ist nur ein Bruchstück (ungefähr ein Viertel) einer handelsüblichen 50cm × 50cm grauen Betongehwegplatte aus Beton. Eine vollständige Gehwegplatte konnte nicht benutzt werden, da ihr Gewicht für den Meßtisch zu groß wäre. Die Farbe der Oberfläche besteht augenscheinlich aus nur einem einzigen Grauton, ist also sehr homogen.

### 6. Schieferitplatte

Schieferitplatten sind ein Dachbedeckungsmaterial, das häufig bei besonders steilen oder sogar senkrechten Dachteilflächen verwendet wird. Die verwendeten Schieferitplatten waren dunkelbraun. Die Probe wurde aus mehreren Schieferitplatten zusammengesetzt, so daß eine homogene 45cm × 31cm Fläche entstand, die aber von den Trennlinien der einzelnen Schieferitplatten durchzogen war.

### 7. Bestreute Dachpappe

Ähnlich wie bei der Schieferitplatte stand kein genügend großes Einzelstück zur Verfügung, so daß auch die schwarze Dachpappe aus Teilstücken (in diesem Falle zwei) zu einer Fläche von 35cm × 25cm zusammengesetzt wurde. Es handelte sich um schwarze Dachpappe, die mit Quarz so dicht bestreut war, daß der schwarze Untergrund von oben betrachtet nicht erkennbar war. Die Oberfläche war natürlich nicht glatt.

### 8. Schwarze Dachpappe

Die Schwarze Dachpappe hatte eine Größe von 47 × 27 cm. Eine sich auf der Schwarzen Dachpappe befindende Plastikhülle wurde vor den Messungen abgezogen.

### 9. Rote Dachziegel

Es wurden rote Dachziegel der Sorte 'Biberschwanz' verwendet. Sie zeichnen sich dadurch aus, daß sie eine ebene Oberfläche besitzen. Drei Dachziegel wurden nebeneinander gelegt und bildeten so eine

Probe mit einer Fläche von  $47\text{cm} \times 33\text{cm}$ . Auf jedem Dachziegel befinden sich zwei feine linienartige Erhöhungen in Längsrichtung. Eine Beeinflussung der BRDF durch diese Linien wurde vernachlässigt, da Höhe und Breite dieser Linien kleiner als 1 mm sind. Die Erhebungen sind aus demselben Material wie der gesamte Dachziegel und heben sich deshalb farblich nicht von der restlichen Oberfläche ab. Eine Abbildung der Probe 'Rote Dachziegel' befindet sich auf Seite 94.

### 3.1.7 Meßort und Meßzeit

Der OVID befindet sich in einem Raum des Meteorologischen Instituts im 20. Stock des 'Geomatikums' der Universität Hamburg. Er kann auf eine Dachterrasse getragen werden. Somit sind sowohl Labormessungen als auch Freiluftmessungen möglich. Der Boden der Dachterrasse besteht aus braunen Steinplatten. Südwestlich vom Meßort im Abstand von ca. 5 m befindet sich eine ebenfalls braune, ca. 3 m hohe Wand. Von anderen Objekten reflektierte Strahlung kann nicht auf die Meßflächen treffen, da die Gebäude in der direkten Umgebung des Geomatikums deutlich niedriger sind.

Die Feldmessungen wurden in der Zeit vom 10. März bis zum 13. April 1995 durchgeführt.

## 3.2 Messungen mit der Spectralonplatte im Labor

Die Meßergebnisse werden in Kapitel 3.2.4 auf Seite 24 vorgestellt. Im Folgenden werden zuerst die verschiedenen Fehlerquellen diskutiert.

### 3.2.1 Eingestellte Winkelkombinationen im Labor

**Wir entschieden uns dafür, bei Einfallswinkel von  $\theta_i = 0^\circ, 8^\circ, 25^\circ, 50^\circ, 65^\circ$  und  $75^\circ$ , bei Reflexionswinkel von  $\theta_r = 0^\circ, 25^\circ, 50^\circ$  und  $75^\circ$  und bei Azimutwinkeln von  $\nu = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  und  $180^\circ$  zu messen.** Dies ergibt insgesamt

$$(5 \times 3 \times 5) + 5 + 4 = 84 \quad (3.17)$$

verschiedene Winkelkombinationen. Die Terme '+5' und '+4' berücksichtigen die Zenitwinkel  $\theta_r = 0^\circ$  bzw.  $\theta_i = 0^\circ$ , da bei diesen Winkeln der Azimutwinkel  $\nu$  unbestimmt ist.

Berechnungen bei verschiedenen OVID-Positionen mit dem in Kapitel 3.1.4 dargestellten Algorithmus ergaben, daß bei einem Zenitwinkel des OVID von  $\theta_O = 60^\circ$  mehr gewünschte Winkelkombinationen eingestellt werden können als bei den anderen überprüften OVID-Positionen. Bei  $\theta_O = 60^\circ$  können alle Kombinationen  $(\nu, \theta_r)$ <sup>4</sup> bis auf  $\nu = 135^\circ$  und  $\theta_r = 75^\circ$  realisiert werden. Einige Winkelkombinationen mit  $\theta_i = 0^\circ$  wurden mehrfach gemessen. Eine Auflistung aller eingestellten Winkelkombinationen befindet sich in den Tabellen A.2 und A.3 im Anhang auf den Seiten 96 und 97.

In der Rückstreurichtung (d.h.  $\nu = 0^\circ$ ) sind die Winkelkombinationen, bei denen  $\theta_i$  und  $\theta_r$  nahe beieinander liegen, mit unserem Versuchsaufbau wegen Verdeckung nicht meßbar. Es konnten insgesamt 84 Winkelkombinationen  $(\theta_i, \nu, \theta_r)$  gemessen werden, bei 15 verschiedenen Kombinationen  $(\theta_r, \nu)$ . Bei jeder Kombination  $(\theta_r, \nu)$  wurden die verschiedenen Einfallswinkel der Lampe  $\theta_i$  nacheinander eingestellt, wobei der kleinstmögliche Einfallswinkel (meist  $\theta_i = 0^\circ$ ) zuerst gemessen wurde, dann der Nächstgrößere, usw.

Der Einfallswinkel  $\theta_i$  kann bis auf  $\pm 0.1^\circ$  genau eingestellt werden, da der Winkel direkt an der Skala des Viertelbogens ablesbar ist. Die Winkel  $\nu$  und  $\theta_r$  wurden dagegen aus den Winkeln des OVID zum Meßtisch  $\theta_O$  und  $\phi_O$  (siehe Abbildung 3.2 auf Seite 13) und der Neigung der Meßtischfläche, gegeben durch  $\theta_E$  und  $\phi_E$ , errechnet.  $\theta_E$  und  $\phi_E$  können direkt an der Skala des Meßtisches abgelesen werden, der Fehler ist jeweils ca.  $0.2^\circ$ .  $\theta_O$  und  $\phi_O$  wurden mit Wasserwaage, Lot und Geodreieck gemessen, so daß hier der

<sup>4</sup>Der Einfallswinkel  $\theta_i$  kann unabhängig von der Meßtischstellung eingestellt werden, vgl. Kapitel 3.1.2.

Fehler größer ist. Ich schätze ihn für  $\theta_O$  auf  $0.5^\circ$  und für  $\phi_O$  auf  $1^\circ$ . Die Fehler  $\sigma_{\theta_r}$  und  $\sigma_\nu$  schätze ich deshalb auf jeweils  $1^\circ$ .

Da der Fehler der Strahldichten  $\sigma_{L_r}$  nur für das Anpassen eines Modells an die Meßwerte verwendet wird, kann man die Fehler aus den Winkelparametern  $\sigma_{\theta_i}$ ,  $\sigma_\nu$  und  $\sigma_{\theta_r}$  in den Fehler der reflektierten Strahldichte integrieren durch die quadratische Addition des folgenden Terms, genannt  $\sigma_{\text{Parameter}}$  :

$$(\sigma_{\text{Parameter}})^2 = \left(\frac{\partial L_r}{\partial \theta_i} \cdot \sigma_{\theta_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial L_r}{\partial \nu} \cdot \sigma_\nu\right)^2 + \left(\frac{\partial L_r}{\partial \theta_r} \cdot \sigma_{\theta_r}\right)^2 \quad (3.18)$$

Eine getrennte Darstellung der Fehler von Abszisse und Ordinate wird in dieser Arbeit nicht vorgenommen. Ihre Angabe wäre zwar möglich, ihre graphische Darstellung aber sehr schwierig, da man im Prinzip vier Fehlerbalken gleichzeitig zeigen müßte. Der Anteil des Fehlers  $\sigma_{\text{Parameter}}$  am Meßwert wird in Tabelle 3.1 auf Seite 23 aufgeführt. Die Berechnung der Ableitungen der Strahldichte  $L$  nach den Winkeln wird in Kapitel 4.1.1 auf Seite 33 beschrieben.

### 3.2.2 Leuchtquelle: Halogenlampe

Als Leuchtquelle im Labor verwendeten wir eine 100 Watt Halogenlampe. Um den Einfluß des Dunkelstroms gering zu halten, wählten wir eine relativ hohe Belichtungszeit von 2 s und summierten das Signal über 100 Pixelzeilen des CCD-Arrays (siehe 3.1.1.1, Seite 8).

Der Glühkolben der Halogenlampe ist ca. 1 cm breit. Um diesen Leuchtkegel befinden sich Spiegel, so daß die gesamte kreisrunde Leuchtfläche einen Durchmesser von 4.5 cm besitzt. Mit den Angaben aus Kapitel 3.1.2 ergibt sich ein Öffnungswinkel von  $5.3^\circ$ . Eine Vorstellung vom Spektrum der Halogenlampe erhält man durch Abbildung 3.4, die die vom Spectralon reflektierte Strahldichte in Abhängigkeit von der Wellenlänge zeigt. Da die BRDF des Spectralons nur schwach wellenlängenabhängig ist (siehe Ergebnisse in Kapitel 4.4.2), unterscheidet sich das in Abbildung 3.4 abgebildete Spektrum vom groben Verlauf des Spektrums der Halogenlampe nur um einen Faktor.

Die Halogenlampe ist nicht spannungsstabilisiert. Deshalb wurde bei jeder neuen Meßtischstellung eine Kontrollmessung der Strahldichte der Halogenlampe  $L_K^j$  bei den willkürlich gewählten Winkeln  $\theta_i = 0^\circ$  und  $\theta_r = 60^\circ$  durchgeführt (der relative Azimutwinkel  $\nu$  ist bei  $\theta_i = 0^\circ$  unbestimmt), der Index  $j$  numeriert die verschiedenen Meßtischstellung in ihrer zeitlichen Reihenfolge. Die Messungen sind in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Fehlerbalken ergeben sich aus der Streuung der Messungen. Es wurden insgesamt  $N_K = 15$  Kontrollmessungen durchgeführt (eine für jede Kombination  $(\theta_r, \nu)$ ). Zwischen den Messungen von  $L_K^{j=1}$  und  $L_K^{j=15}$  vergingen ca.  $3\frac{1}{2}$  Stunden.

**Sämtliche Messungen wurden mit diesen Kontrollmessungen auf die Intensität der ersten Kontrollmessung korrigiert.** Der Korrekturfaktor für eine Serie von Messungen bei einer bestimmten Meßtischstellung ist der Quotient aus der Strahldichte der ersten Kontrollmessung  $L_K^{j=1}$  und der Kontrollmessung der jeweiligen Meßtischwinkeleinstellung  $L_K^j$  :

$$L_{r, \text{korrigiert}}(\theta_i, \nu, \theta_r, \lambda) = L_r(\theta_i, \nu, \theta_r, \lambda) \cdot \frac{L_K^{j=1}(\lambda)}{L_K^j(\lambda)} \quad (3.19)$$

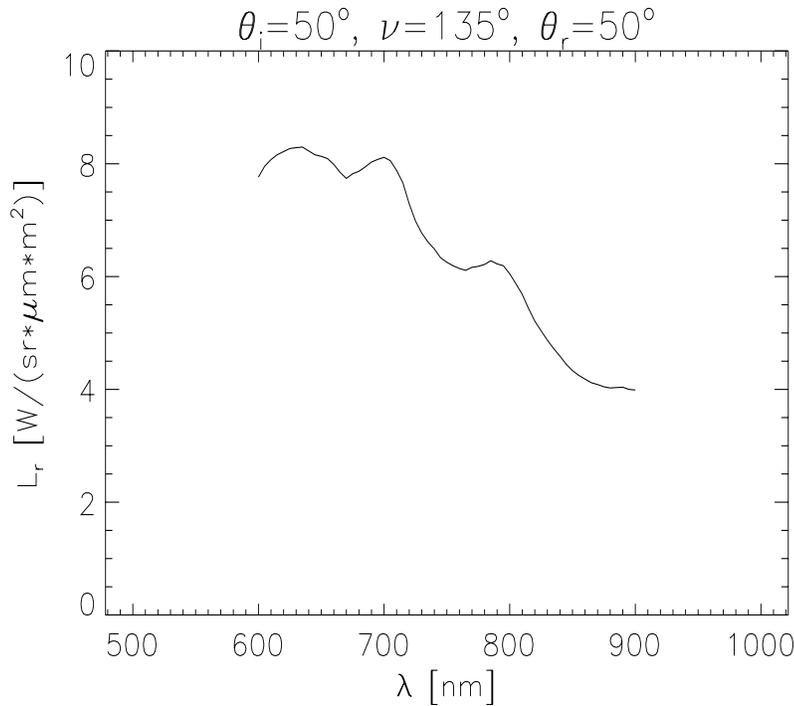
Die Werte des Korrekturfaktors  $\frac{L_K^{j=1}(\lambda)}{L_K^j(\lambda)}$  liegen zwischen 0.96 und 1.08 .

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich der korrigierte Fehler zu :

$$(\sigma_{\text{Korrektur}(1)})^2 = \left(\frac{L_K^{j=1}}{L_K^j} \cdot \sigma_{L_r^{\text{Rauschen}}}\right)^2 + \left(\frac{L_r}{L_K^j} \cdot \sigma_{L_K^{j=1}}\right)^2 + \left(\frac{L_r \cdot L_K^{j=1}}{(L_K^j)^2} \cdot \sigma_{L_K^j}\right)^2 \quad (3.20)$$

$\sigma_{L_r^{\text{Rauschen}}}$  und  $\sigma_{L_K^j}$  sind die Standardabweichungen des Mittelwertes von  $L_r$  bzw.  $L_K^j$ , berechnet aus jeweils mindestens 10 aufeinanderfolgenden Messungen.

**Abbildung 3.4:** Reflektierte Strahldichte  $L_r(\theta_i = 50^\circ, \nu = 135^\circ, \theta_r = 50^\circ)$  im Labor in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  (Leuchtquelle: Halogenlampe)



Im Folgenden wird der Zusatz 'korrigiert' bei den Strahldichten nicht mehr angegeben, obwohl immer die korrigierten Werte gemeint sind.

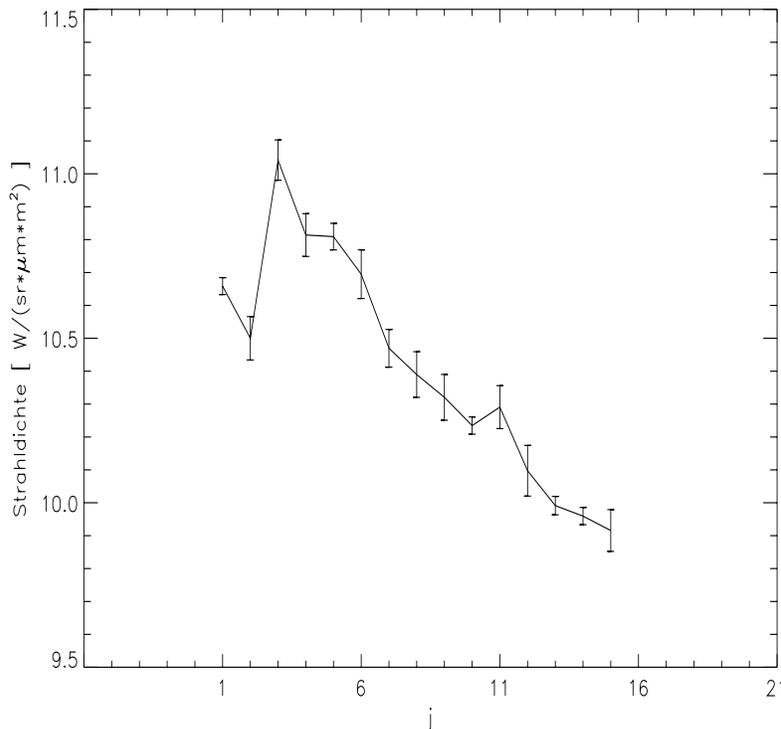
Die oben durchgeführte Korrektur der Strahldichten wäre exakt, wenn sich die Leuchtstärke der Halogenlampe zwischen der Kontrollmessung von  $L_K^j$  und der Messung von  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)$  nicht ändern würde. Dies ist natürlich nicht der Fall. Der hieraus resultierende Fehler  $\sigma_{\text{Korrektur}(2)}$  kann nur abgeschätzt werden. Ich entschied mich, bei allen Messungen als relativen Fehler  $\sigma_{\text{Korrektur}(2)}^{\%}$  den Mittelwert der relativen quadratischen Abweichung der aufeinanderfolgenden Kontrollmessungen zu benutzen, gemittelt über alle Wellenlängen :

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{\text{Korrektur}(2)}^{\%})^2 &= \frac{1}{N_K - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_K - 1} \left( \frac{L_K^{j+1}(\lambda=600-900\text{nm}) - L_K^j(\lambda=600-900\text{nm})}{L_K^j} \right)^2 \\
 \sigma_{\text{Korrektur}(2)}^{\%} &= 0.011 \\
 \sigma_{\text{Korrektur}(2)} &= L_r \cdot \sigma_{\text{Korrektur}(2)}^{\%} \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

Zwischen der Messung  $j = 2$  und  $j = 3$  wurde die Lampe für ca. 10 Minuten ausgeschaltet. Die Änderung zwischen den beiden Kontrollmessungen  $L_K^{j=2}$  und  $L_K^{j=3}$  wurde nicht für die Berechnung von  $\sigma_{\text{Korrektur}(2)}^{\%}$  verwendet, da sie deutlich von den anderen Änderungen abweicht, vgl. Abbildung 3.5. Der aus Abbildung 3.5 ersichtliche Trend des Abfalls der Strahldichte mit der Zeit wurde nicht weiter untersucht. Da es sich bei der Leuchtquelle nur um eine handelsübliche, nicht spannungsstabilisierte Halogenlampe handelt, kann man eine konstante Strahldichte auch nicht erwarten.

Die Wellenlängenauflösung des OVID beträgt  $\Delta\lambda = 1.7 \text{ nm}$ . Da wir eine meßbare Änderung der BRDF des Spectralons innerhalb von 5 nm nicht erwarteten, faßten wir alle Kanäle innerhalb eines 5 nm - Intervalls zusammen. Unsere Erwartung wird von den Ergebnissen in Kapitel 4.4.2 voll bestätigt. Durch die Mittelwertbildung bei dieser Zusammenfassung erreichten wir eine Verringerung des durch Rauschen verursachten Fehlers.

Abbildung 3.5: Intensitätsverlauf der Kontrollmessungen  $L_K$ . Man beachte den unterdrückten Maßstab.



$j$  nummeriert die Kontrollmessungen in ihrer zeitlichen Reihenfolge, zwischen zwei Kontrollmessungen liegen ca. 15 Minuten.

Häufig wird bei der Messung einer BRDF Laserlicht verwendet. Durch die Benutzung einer Glühlampe erreicht man zwar, daß eine viel größere Fläche ausgeleuchtet wird als bei Laserlicht. Der Nachteil ist jedoch, daß die Fläche nicht genau gleichmäßig ausgeleuchtet wird.

Dieser Effekt wird um so kleiner, je kleiner die vom Meßgerät erfaßte Fläche wird. Die vom OVID erfaßte Fläche wird bei kleinen Distanzen nicht vom vernachlässigbar kleinen Öffnungswinkel bestimmt, sondern vom Durchmesser des Spiegels im Teleskop, vgl. Kapitel 3.1.1.1. **Wir befestigten vor dem Teleskopeingang eine Pappscheibe mit einem Loch von 3 cm Durchmesser.** Dieses Loch ist gleich der Fläche, die vom OVID erfaßt wird, wenn er aus Nadirrichtung ( $\theta_r = 0^\circ$ ) auf die Probe sieht. Bei größeren Zenitwinkeln vergrößert sich natürlich auch die erfaßte Fläche. Bei  $\theta_r = 75^\circ$  ist die erfaßte Fläche eine Ellipse mit dem großen Durchmesser 11.2 cm, der kleine Durchmesser bleibt für alle  $\theta_r$  unverändert.

Die ungleichmäßige Ausleuchtung der Fläche nimmt auch mit dem Einfallswinkel  $\theta_i$  zu. Dies liegt daran, daß der Unterschied zwischen dem Punkt der vom OVID erfaßten Fläche, der der Lampe am nächsten ist, und dem Punkt der erfaßten Fläche, der von der Lampe am weitesten entfernt ist, bei  $\theta_i = 0^\circ$  praktisch null beträgt, bei  $\theta_i = 75^\circ$  jedoch ca. 2.9 cm (berechnet für  $\theta_r = 0^\circ$ ).

Der hieraus resultierende Fehler kann nur abgeschätzt werden. Manchmal ist es möglich, eine bestimmte Winkelkombination durch zwei verschiedene Meßtischeinstellungen zu erreichen. Die Abweichung dieser beiden Messungen voneinander gibt ein Maß für den Fehler, da bei verschiedenen Meßtischeinstellungen verschiedene Teilflächen der Probe vom OVID erfaßt werden. Aus mehreren solcher Messungen gelangte ich zu der Formel für den prozentualen Fehler aus der ungleichmäßigen Ausleuchtung  $\sigma_{\text{Ausleuchtung}}^{\%}$ :

$$\sigma_{\text{Ausleuchtung}}^{\%} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\theta_i + \theta_r}{65^\circ} \cdot 0.03, \quad \theta_i \text{ und } \theta_r \text{ in Grad} \quad (3.22)$$

Bei  $\theta_i = \theta_r = 0^\circ$  wird der Fehler also vernachlässigt, bei  $\theta_i = \theta_r = 65^\circ$  beträgt der Fehler 3 %.

Eine weitere, aber sehr kleine, Fehlerquelle ist das Rauschen des Dunkelstroms vom OVID, der vom

Meßwert abgezogen wird.  $\sigma_{\text{Dunkelstrom}}$  ist die Standardabweichung des Mittelwerts des Dunkelstroms, gemittelt über 10 aufeinanderfolgende Messungen.

### 3.2.3 Gesamfehler $\sigma_{L_r}$ der Strahldichte $L_r$

Mit Hilfe der oben beschriebenen Fehler ist es nun möglich, den Gesamfehler  $\sigma_{L_r}$  der Strahldichte  $L_r$  anzugeben :

$$(\sigma_{L_r})^2 = (\sigma_{\text{Parameter}})^2 + (\sigma_{\text{Korrektur(1)}})^2 + (\sigma_{\text{Korrektur(2)}})^2 + (\sigma_{\text{Ausleuchtung}})^2 + (\sigma_{\text{Dunkelstrom}})^2 \quad (3.23)$$

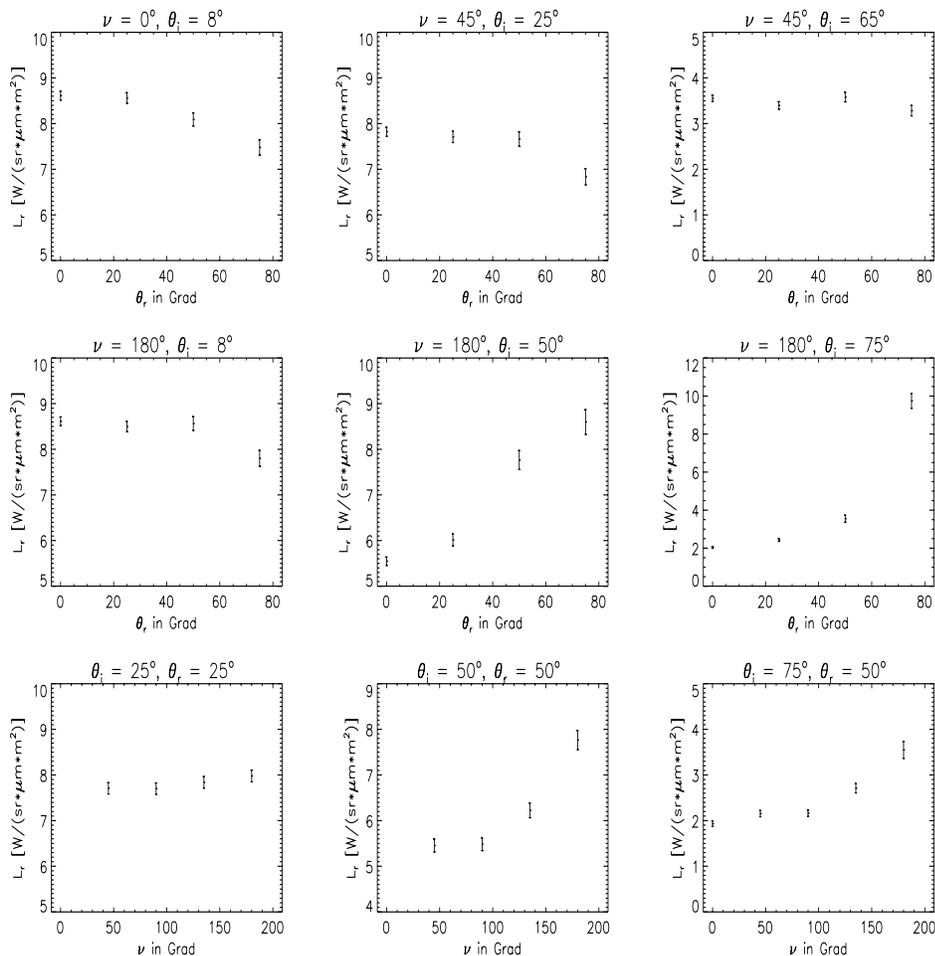
In Tabelle 3.1 werden die prozentualen Anteile der Fehler am Meßwert dargestellt. Der Anteil des Gesamfehlers  $\sigma_{L_r}$  an den Meßwerten  $L_r$  gemittelt über alle Winkelkombinationen schwankt wellenlängenabhängig zwischen 2.1 % und 2.3 % .

**Tabelle 3.1:** Prozentuale Anteile der Fehler an der gemessenen reflektierten Strahldichte  $L_r$  bei  $\lambda = 800 \text{ nm}$

$\theta_i, \nu, \theta_r$	$L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)$	$\sigma_{L_r}^{\%}$	$\sigma_{\text{Para.}}^{\%}$	$\sigma_{\text{Korr.(1)}}^{\%}$	$\sigma_{\text{Korr.(2)}}^{\%}$	$\sigma_{\text{Ausl.}}^{\%}$	$\sigma_{\text{Dunk.}}^{\%}$
$8^\circ, 90^\circ, 25^\circ$	$8.18 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}}$	1.4 %	0.2 %	0.1 %	1.1 %	0.7 %	0.2 %
$50^\circ, 135^\circ, 50^\circ$	$6.05 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}}$	2.6 %	0.4 %	0.1 %	1.1 %	2.3 %	0.2 %
$75^\circ, 45^\circ, 25^\circ$	$1.94 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}}$	2.7 %	0.7 %	0.1 %	1.1 %	2.3 %	0.7 %

Zur Berechnung von  $\sigma_{L_r}$  siehe Gleichung 3.23 .

**Abbildung 3.6:** Auswahl der Meßwerte der reflektierten Strahldichte  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)$  des Spectralons bei  $\lambda = 800$  nm. Die Meßwerte der Strahldichte  $L_r$  sind durch ihre Fehlerbalken dargestellt, berechnet nach Gleichung 3.23. Die konstanten Winkel sind jeweils über der Grafik angegeben. Man beachte den unterdrückten Maßstab.



### 3.2.4 Darstellung der gemessenen Strahldichten $L_r$

Abbildung 3.6 zeigt einige Meßergebnisse mit den dazugehörigen Fehlern. Das Spectralon ist offensichtlich stark nicht-lambertsch, so daß die vom Hersteller empfohlene Verwendung von Spectralon als Referenzfläche für radiometrische Messungen nicht aufrechterhalten werden kann, solange die BRDF des Spectralons unbekannt ist. Bei  $\nu = 180^\circ$  gibt es eine spiegelnde Komponente, deren relative Intensität mit zunehmendem Einfallswinkel stark ansteigt. Im Allgemeinen ist ein Abfall der reflektierten Strahldichte bei zunehmendem Ausfallswinkel zu beobachten. Bis auf die spiegelnde Komponente sind die Schwankungen bei konstantem Einfallswinkel kleiner als 15 %.

## 3.3 Messungen bei Sonnenlicht

### 3.3.1 Eingestellte Winkelkombinationen im Freien

Bei den Feldmessungen ergibt sich gegenüber den Labormessungen das zusätzliche Problem, daß der Einfallswinkel  $\theta_i$  nicht frei einstellbar ist, sondern durch den Sonnenstand zu einem bestimmten Zeitpunkt vorgegeben ist. Von den in Kapitel 3.1.3 definierten Winkeln  $\theta_S, \phi_S, \theta_E, \phi_E, \theta_O, \phi_O$  sind zu einem bestimm-

ten Zeitpunkt bei fester Sensorposition nur die zwei Parameter ( $\theta_E$  und  $\phi_E$ ), die die Meßtischneigung beschreiben, verstellbar. Mit zwei freien Parametern kann man aber nicht alle Kombinationen der drei Winkel ( $\theta_i$ ,  $\nu$  und  $\theta_r$ ) einstellen, sondern nur zweidimensionale Flächen im dreidimensionalen Raum, welcher durch ( $\theta_i$ ,  $\nu$  und  $\theta_r$ ) gegeben ist.

Eine genaue Einstellung der Winkelkombinationen bei Sonnenbeleuchtung ist nicht praktikabel wegen des variierenden Sonnenstandes. Läßt man aber eine gewisse Abweichung von z.B. bis zu  $10^\circ$  zu (d.h., daß man z.B. auch die Winkelkombination  $\theta_i = 22.6^\circ$ ,  $\theta_r = 55.9^\circ$ ,  $\nu = 93.5^\circ$  als Stützstelle akzeptiert, obwohl bei  $\theta_i = 25.0^\circ$ ,  $\theta_r = 50.0^\circ$ ,  $\nu = 90.0^\circ$  gemessen werden soll), so erhält man ein genügend dichtes Netz an Stützstellen. **Als Rasterung wählten wir für die Zenitwinkel  $\theta_i$  und  $\theta_r$  jeweils  $\theta = 0^\circ, 25^\circ, 50^\circ$  und  $75^\circ$ , für den Azimutwinkel  $\nu = 0^\circ, 90^\circ$  und  $180^\circ$ .** Es ergeben sich

$$(3 \times 3 \times 3) + (2 \times 3) = 33 \quad (3.24)$$

verschiedene Winkelkombinationen für die Proben. Der Term  $(2 \times 3)$  berücksichtigt die Winkel  $\theta_i = 0^\circ$  bzw.  $\theta_r = 0^\circ$ , bei denen der Winkel  $\nu$  unbestimmt ist. Die Kombination  $\theta_i = \theta_r = 0^\circ$  wurde nicht berücksichtigt. Da es zeitlich möglich war, wurden zwei Winkelkombinationen doppelt gemessen. Bei einigen Proben konnten bestimmte Winkelkombinationen nicht gemessen werden. Entweder war die Intensität durch Spiegeleffekte zu hoch (nur bei der Probe Aluminium), oder die Proben wurden durch Windböen aus ihrer Position verrückt (vor allem die etwas instabile Konstruktion der Halterung für die Probe Kresse bereitete Probleme, aber auch die große Fläche der dünnen und damit leichten Aluminiumplatte war anfällig für Windböen). Die genaue Auflistung der eingestellten Winkelkombinationen ergibt sich aus den Tabellen A.4 bis A.12 im Anhang.

### 3.3.2 Die Zusammensetzung der einfallenden Strahlungsflußdichte

Der grundlegende Unterschied zwischen den Labormessungen und den Feldmessungen ist die andersartige Beleuchtung. Das Sonnenlicht ist atmosphärischen Schwankungen unterworfen, die die gesamte Lichtintensität beeinflussen. Außerdem stammt ein Teil der einfallenden Strahlungsflußdichte nicht direkt von der Sonne, sondern wurde in der Atmosphäre gestreut. Der vor dem Auftreffen auf die Probe gestreute Teil der einfallenden Strahlungsflußdichte wird mit Himmelslicht bezeichnet. Das Spektrum des Himmelslichts unterscheidet sich vom ursprünglichen Spektrum des Sonnenlichts und kann deshalb zu einer Farbverschiebung des beleuchteten Objekts führen ( zum Problem der Farbkonstanz siehe (Wiemker 1995) ).

In der Atmosphäre treten im Bereich des sichtbaren und des infraroten Lichts zwei Arten von Streuung auf: **Rayleigh–Streuung**, die hauptsächlich an Molekülen auftritt, und **Mie–Streuung**, die vor allem durch Aerosole erzeugt wird. Welche Streutheorie angewandt wird, hängt vom Verhältnis der Wellenlänge zu der Größe des streuenden Teilchens ab. Falls die Wellenlänge von der gleichen Größenordnung ist wie der Durchmesser des streuenden Teilchens erfolgt Mie–Streuung, falls die Wellenlänge sehr viel größer ist als der Teilchendurchmesser erfolgt Rayleigh–Streuung. Während sich der Streuquerschnitt der Rayleigh–Streuung umgekehrt proportional zur vierten Potenz der Wellenlänge des Lichts verhält, ist die Mie–Streuung etwa umgekehrt proportional zur ersten Potenz der Wellenlänge. Um das Spektrum des Himmelslichts vorherzusagen, muß man die Beiträge der beiden Streumechanismen berechnen. Hierzu benötigt man Informationen über die Zusammensetzung der Atmosphäre ( Aerosolkonzentration, Art der Aerosole, Luftdruck, Temperatur, Wasserdampfgehalt, Ozongehalt, usw. ). Das von der kanadischen Luftwaffe (Smith et al. 1993) entwickelte Programm LOWTRAN-7 simuliert den Strahlungstransport durch die verschiedenen Atmosphärenschichten und berechnet die gesamte einfallende Strahlungsflußdichte. Eine kurze Beschreibung des Programms findet sich in Hepp (1994), Seite 36 ff.

Einen weiteren Beitrag zur einfallenden Strahlungsflußdichte liefert das Licht, das von der Umgebung reflektiert wird. Die Größe dieses Beitrags hängt sowohl von den Objekten ab, die die Probefläche umgeben, als auch von der auf die Objekte einfallenden Strahlungsflußdichte.

### 3.3.3 Differenzmessungen

Für die Messung der BRDF benötigt man eine Lichtquelle, die die Probefläche nur aus einer Richtung beleuchtet. Da bei einer Feldmessung die Probefläche von allen Seiten beleuchtet wird, führten wir für jede Winkelkombination zwei Messungen durch: für die erste Messung wurde die Probe der vollen natürlichen Beleuchtung ausgesetzt, für die zweite wurde zwischen Probe und Sonne im Abstand von ca. 1 m eine Pappscheibe mit einem Durchmesser von 32 cm gestellt, die einen Schatten auf die Probe warf. Bei der zweiten Messung werden alle Anteile der einfallenden Strahlungsflußdichte gemessen, die nicht aus der Richtung kommen, die von der Pappscheibe abgedeckt wird. Bildet man die Differenz dieser beiden Messungen, bleibt nur der Anteil der Strahlungsflußdichte übrig, der aus der Richtung stammt, die die Pappscheibe verdeckte.

Die Größe der Pappscheibe und ihr Abstand zur Probe wurden so gewählt, daß die Sonne nicht nur knapp verdeckt wurde, sondern auch ein Bereich um sie herum (der Öffnungswinkel der Sonne<sup>5</sup> beträgt ca.  $0.5^\circ$ , während der Öffnungswinkel der Pappscheibe in unserem Fall ca.  $17.5^\circ$  beträgt). Auf diese Weise ist sichergestellt, daß kleine Veränderungen bei der Positionierung der Pappscheibe keine Änderung des Meßergebnisses bewirken. Bei Veränderungen der Position der Pappscheibe (bei denen der Meßfleck immer im Schatten blieb) wurden Intensitätsschwankungen von ca. 1 % gemessen. Diese kleinen Änderungen liegen im Rahmen der natürlichen Schwankungen des gestreuten Himmelslichts.

Für die Messung der BRDF von Proben, die nicht diffus sondern spiegelnd reflektieren, ist dieses Verfahren nicht geeignet, da bei der Differenzbildung das Licht berechnet wird, das aus dem Öffnungswinkel der Pappscheibe kommt. Die Breite des Spiegelungsmaximums ist bei der von uns benutzten Anzahl und Auswahl von Winkelstützstellen ein relativ unsicherer Parameter. Wollte man diesen Parameter genauer bestimmen, müßte man weitere Messungen bei Winkelkombinationen in der Gegend des Spiegelungsmaximums durchführen. Eine vollständige Bestimmung der BRDF von stark spiegelnden Proben ist mit unserer Methode auch bei einer sehr großen Anzahl an Winkelstützstellen kaum durchführbar. Dies liegt daran, daß bei den Winkelkombinationen, bei denen das Sonnenlicht nicht in den Sensor gespiegelt wird (also bei  $\nu \neq 180^\circ, \theta_i \neq \theta_r$ ), die Intensität der gemessenen Strahldichten bei der Schattenmessung und bei der Sonnenmessung fast identisch ist. Für diesen Fall ist eine Differenzmessung nicht geeignet. Da die von uns ausgewählten Proben aber (bis auf das Aluminium) hauptsächlich diffus reflektieren, kann man dieses Problem für diese Proben vernachlässigen.

Der Anteil des Himmelslichts an der gesamten einfallenden Strahlung  $E_i^{\text{gesamt}}$  beträgt bei unseren Messungen durchschnittlich 20 % (gemittelt über alle Winkelkombinationen). Abbildung 3.7 zeigt den Anteil des Himmelslichts an  $E_i^{\text{gesamt}}$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta_i$  des Sonnenlichts. Da die Messungen an verschiedenen Tagen und Tageszeiten mit leicht unterschiedlichen Wetterbedingungen durchgeführt wurden, ist eine genauere Auswertung von Abbildung 3.7 nicht sinnvoll. Sie soll nur einen pauschalen Einblick zum Beitrag des Himmelslichts zu  $E_i^{\text{gesamt}}$  darstellen.

### 3.3.4 Fehlerbetrachtung

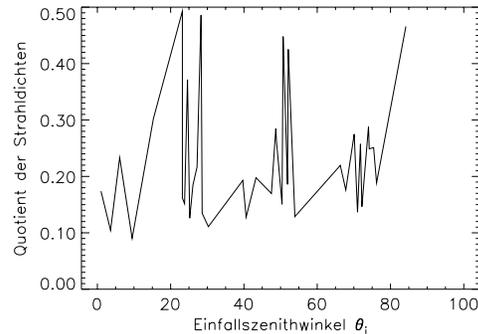
Aufgrund der geänderten äußeren Bedingungen ist die Fehlerrechnung für die Feldmessungen grundverschieden von der Fehlerrechnung für die Labormessungen. Nur der Term  $\sigma_{\text{Dunkelstrom}}$ , der den Dunkelstrom des OVID beschreibt, kann übernommen werden.

Da die gemessenen Strahldichten einen großen Bereich überdecken, konnte für den Sensor OVID nicht immer die gleiche Empfindlichkeit benutzt werden. Belichtungszeit und Binningparameter (siehe Abschnitt 3.1.1.1, Seite 8) variierten von 5 ms und keiner Summation (stärkstes Signal) bis zu 100 ms und Summation über 100 Pixelzeilen (schwächstes Signal). Für alle verwendeten Belichtungszeiten und Binningparameter wurde der OVID an jedem Meßtag, wie in Kapitel 3.1.1.2 auf Seite 9 beschrieben, kalibriert.

Bei den Labormessungen ist der Fehler  $\sigma_{\text{Kalibration}}$ , der bei der Kalibration der Strahldichte an der Ulbrichtkugel (siehe Abschnitt 3.1.1.1) entsteht, bedeutungslos. Da immer die gleiche Einstellung von Belichtungszeit und Binningparameter gewählt wurde, kürzt sich der Kalibrationsfaktor, der sowohl in der Strahl-

<sup>5</sup>berechnet aus dem Tangens des Quotienten von Sonnendurchmesser und dem Abstand Sonne–Erde

**Abbildung 3.7:** Quotient der reflektierten Strahldichten  $L_r$  des Spectralons (Zähler = Schattenmessung, Nenner = Sonnenmessung, Wellenlänge  $\lambda = 700 \text{ nm}$ )



*Die Messungen stammen sowohl von verschiedenen Tagen  
als auch von verschiedenen Tageszeiten*

dichte  $L_r$  als auch in der Strahlungsflußdichte  $E_i$  enthalten ist, bei der Berechnung der BRDF ( $f_r = \frac{L_r}{E_i}$ ). Da wir aber für Schatten- und Sonnenmessungen meist verschiedene Belichtungszeiten wählten, muß der Term  $\sigma_{\text{Kalibration}}$  bei den Feldmessungen berücksichtigt werden.

Pro Winkelkombination wurden ca. 100 Messungen direkt hintereinander innerhalb von ca. 20 s ausgeführt. Diese 100 Messungen wurden gemittelt. Bezeichnet man den Fehler, der sich aus dieser Mittelwertbildung nach Gleichung A.13 auf Seite 89 ergibt, mit  $\sigma_{\text{Rauschen}}$ , so erhält man als Fehler für die Strahldichte  $L_r$ :

$$(\sigma_{L_r})^2 = (\sigma_{\text{Dunkelstrom}})^2 + (\sigma_{\text{Kalibration}})^2 + (\sigma_{\text{Rauschen}})^2 \quad (3.25)$$

Der Fehler  $\sigma_{\Delta L_r}$  der Differenzmessung  $\Delta L_r$  ergibt sich aus der quadratischen Addition der beiden Fehler  $\sigma_{L_r}$  der Sonnen- und der Schattenmessung. Der BRDF-Wert  $f_r^P$  der Probe und der zugehörige Fehler werden durch die Gleichungen 3.15 und 3.16 auf Seite 17 berechnet. Die einfallende Strahlungsflußdichte wird mit der BRDF des Spectralons  $f_r^{\text{Spectralon}}$  und den gemessenen Strahldichten  $L_r$  des Spectralons berechnet:

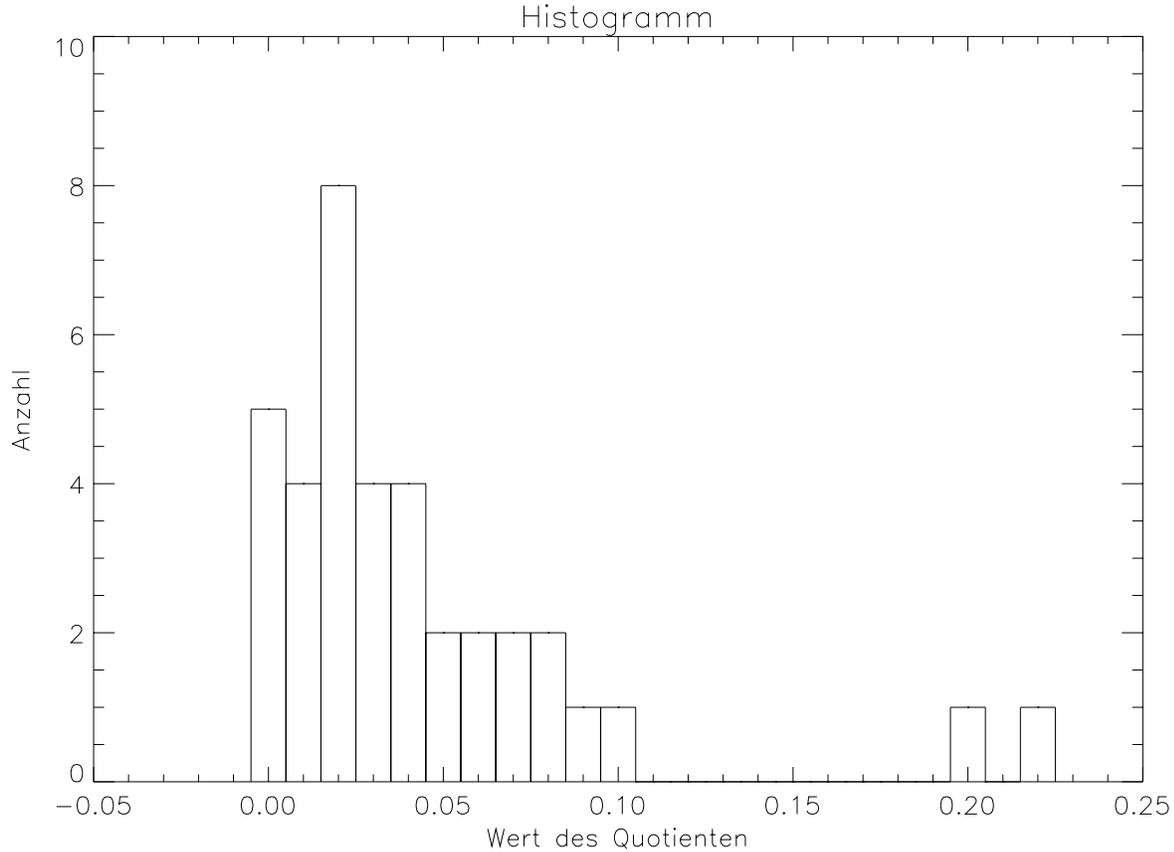
$$E_i = \frac{L_r^{\text{Sonne}} - L_r^{\text{Schatten}}}{f_r^{\text{Spectralon}}} \quad (3.26)$$

Als Fehler  $f_r^S$  wurde der Fehler  $\sigma_{f_r}$  aus Tabelle 4.6 auf Seite 48 genommen, der den systematischen Fehler  $\sigma_{\rho}^{\text{labsphere}}$  nicht enthält. Der systematische Fehler kann erst am Ende in den Gesamtfehler integriert werden.

In jeder Meßreihe wurde folgende Reihenfolge der Proben eingehalten:

- 0 : Spectralon[vorher]
- 1 : Aluminium
- 2 : Lackiertes Aluminium
- 3 : Plastik
- 4 : Kresse
- 5 : Gehwegplatte
- 6 : Schieferit
- 7 : Bestreute Dachpappe
- 8 : Schwarze Dachpappe

**Abbildung 3.8:** Histogramm der relativen Änderungen der Strahlungsflußdichte  $E_i$  der Messungen Spectralon vorher/nachher bei der Wellenlänge  $\lambda = 750 \text{ nm}$ .



Intervallgröße (englisch: 'bin size'):  $0.01 \cong 1\%$

Die Änderung wurde berechnet durch den Quotienten  $\frac{E_i^{\text{vorher}} - E_i^{\text{nachher}}}{E_i^{\text{vorher}}}$

9 : Rote Dachziegel

10 : Spectralon[nachher]

Den Proben 1–5 wurde die aus der Spectralon[vorher] bestimmte Strahlungsflußdichte zugeordnet, den Proben 6–9 die aus der Spectralon[nachher] bestimmte Strahlungsflußdichte. Zwischen den beiden Spectralonmessungen vergingen ca. 5–10 Minuten.

Ein Nachteil der von uns gewählten Methode zur Bestimmung der BRDF ist die Tatsache, daß die einfallende Strahlungsflußdichte  $E_i$  und die reflektierte Strahlendichte  $L_r$  nicht gleichzeitig bestimmt werden können. Die kurzzeitigen Schwankungen, denen  $E_i$  z.B. aufgrund atmosphärischer Turbulenzen unterworfen ist, gehen als Fehler  $\sigma_{E_i^{\text{Zeit}}}$  in die Fehlerrechnung ein, indem der entsprechende Term (bezogen auf  $\Delta L_r^S$ ) quadratisch in Gleichung 3.16 addiert wird. Für einen wolkenlosen Tag schätzt man diese Schwankungen auf 1% bis 5% (da Silva Filho & Epiphanyo 1993). Wir verwendeten als Fehler jeweils die Differenz der Strahlungsflußdichten  $E_i$ , die sich aus den Messungen Spectralon[vorher] und Spectralon[nachher] ergibt. Durchschnittlich ergibt sich ein Fehler  $\sigma_{E_i^{\text{Zeit}}}$  von 5.4%. Das Histogramm 3.8 zeigt die Verteilung der relativen Differenzen.

### 3.3.4.1 Der Winkelfehler $\sigma_{\text{Parameter}}$

Die Ungenauigkeit beim Einstellen der Winkel schätze ich nach Erfahrungen mit der Meßprozedur auf  $\sigma_{\theta_i} = \sigma_\nu = \sigma_{\theta_r} = 1^\circ$ . Die Integration dieses Fehlers in die Fehlerrechnung gestaltet sich bei den Feldmessungen deutlich komplizierter als bei den Labormessungen (vgl. Kapitel 4.1.1, Seite 32), da die Winkelkombinationen bei den Feldmessungen nicht gleichmäßig verteilt sind und damit die Berechnung der partiellen Ableitungen erschwert wird. Hiermit ist folgendes gemeint: um z.B. die Ableitung der reflektierten Strahldichte  $L_r$  nach  $\theta_r$  an der Stelle  $(\theta_i = 25^\circ, \nu = 90^\circ, \theta_r = 50^\circ)$  zu berechnen, konnten bei den Labormessungen die Meßwerte bei  $(\theta_i = 25^\circ, \nu = 90^\circ, \theta_r = 25^\circ)$  und  $(\theta_i = 25^\circ, \nu = 90^\circ, \theta_r = 75^\circ)$  benutzt werden. Bei den Feldmessungen liegen die Winkelkombinationen nicht auf einem exakten Gitter, d.h. es wurde z.B. bei den Werten  $(\theta_i = 20^\circ, \nu = 85^\circ, \theta_r = 52^\circ)$ ,  $(\theta_i = 22^\circ, \nu = 91^\circ, \theta_r = 26^\circ)$ ,  $(\theta_i = 29^\circ, \nu = 88^\circ, \theta_r = 71^\circ)$  usw. gemessen. Es ist also nicht möglich, zwei Größen mit verschiedenem  $\theta_r$  aber gleichem  $\theta_i$  und  $\nu$  voneinander abzuziehen. Um die partielle Ableitung trotzdem zu bestimmen, wählten wir folgendes Verfahren, welches im Prinzip eine lineare Inter- bzw. Extrapolation darstellt. Es soll zuerst anhand von zwei Dimensionen ( $\nu$  und  $\theta_r$ ) erklärt werden, die Verallgemeinerung auf drei Dimensionen ist einfach. Nehmen wir an, daß an den Stellen  $\begin{pmatrix} \nu^j \\ \theta_r^j \end{pmatrix}$ ,  $j = 1, 2, 3$  die Funktionswerte  $f^j$  bestimmt wurden. Die Stellen  $j = 2$  und  $j = 3$

sollten möglichst nahe an der Stelle  $j = 1$  liegen, d.h.  $\left\| \begin{pmatrix} \nu^j - \nu^1 \\ \theta_r^j - \theta_r^1 \end{pmatrix} \right\|$  ( $j = 2, 3$ ) soll minimal sein. Das Ziel ist die Bestimmung von  $\frac{\partial f(\nu, \theta_r)}{\partial \theta_r}$ , der partiellen Ableitung von  $f$  nach  $\theta_r$  an der Stelle  $\begin{pmatrix} \nu^1 \\ \theta_r^1 \end{pmatrix}$ . Dazu benötigt man den Funktionswert  $f^0$  an einer Stelle  $(\nu^0, \theta_r^0)$  mit  $\nu^0 = \nu^1$  und  $\theta_r^0 \neq \theta_r^1$ . Der Funktionswert  $f^0$  wird im Folgenden interpoliert werden.

Ich definiere die beiden Vektoren

$$\begin{aligned} \Delta \vec{x}_{2-1} &\equiv \begin{pmatrix} \nu^2 - \nu^1 \\ \theta_r^2 - \theta_r^1 \end{pmatrix} \\ \Delta \vec{x}_{3-1} &\equiv \begin{pmatrix} \nu^3 - \nu^1 \\ \theta_r^3 - \theta_r^1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Eine normale lineare Interpolation würde z.B. den Funktionswert  $f^a$  an der Stelle  $\begin{pmatrix} \nu^1 \\ \theta_r^1 \end{pmatrix} + a \cdot \vec{x}_{2-1}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  durch folgende Formel ermitteln :

$$f^a = f^1 + a \cdot (f^2 - f^1) \quad (3.28)$$

(Falls  $a$  kleiner als Null oder größer als Eins ist, handelt es sich nicht mehr um eine Interpolation, sondern um eine Extrapolation.) Mit einem Vektor allein ist es aber nicht möglich, beliebige Stellen  $\begin{pmatrix} \nu \\ \theta_r \end{pmatrix}$  zu interpolieren. Man kann nur solche Werte erreichen, die zufällig auf der Geraden liegen, die durch  $\begin{pmatrix} \nu^1 \\ \theta_r^1 \end{pmatrix} + a \cdot \vec{x}_{2-1}$  beschrieben wird.

Durch eine Linearkombination der beiden Vektoren  $\Delta \vec{x}_{2-1}$  und  $\Delta \vec{x}_{3-1}$  kann man einen Vektor  $\vec{x}_{1,2,3}$  konstruieren, dessen 1. Komponente Null und dessen zweite Komponente beliebig wählbar ist:

$$\Delta \vec{x}_{1,2,3} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta \theta_r \end{pmatrix} = a \cdot \vec{x}_{2-1} + b \cdot \vec{x}_{3-1} \quad a, b \in \mathbb{R} \quad (3.29)$$

Addiert man den Vektor  $\vec{x}_{1,2,3}$  zur Stelle  $\begin{pmatrix} \nu^1 \\ \theta_r^1 \end{pmatrix}$ , so erhält man eine Stelle  $\begin{pmatrix} \nu^0 \\ \theta_r^0 \end{pmatrix}$ , die sich dadurch

auszeichnet, daß  $\nu^0 = \nu^1$  und  $\theta_r^0 \neq \theta_r^1$  ist. Den Funktionswert  $f^0$  dieser neuen Stelle erhält man durch

$$f^0 = f^1 + a \cdot (f^2 - f^1) + b \cdot (f^3 - f^1) \quad (3.30)$$

Damit ergibt sich die partielle Ableitung an der Stelle  $\begin{pmatrix} \nu^1 \\ \theta_r^1 \end{pmatrix}$ :

$$\frac{\partial f(\nu, \theta_r)}{\partial \theta_r} \approx \frac{f^0 - f^1}{\Delta \theta_r} = \frac{a \cdot \vec{x}_{2-1} + b \cdot \vec{x}_{3-1}}{\Delta \theta_r} \quad (3.31)$$

Mit dieser Methode kann natürlich auch die partielle Ableitung nach  $\nu$  bestimmt werden. Für die Verallgemeinerung auf drei Dimensionen definiert man

$$\Delta \vec{x}_{k-1} \equiv \begin{pmatrix} \theta_i^k - \theta_i^1 \\ \nu^k - \nu^1 \\ \theta_r^k - \theta_r^1 \end{pmatrix} \quad k = 2, 3, 4 \quad (3.32)$$

Man löst das lineare Gleichungssystem

$$\Delta \vec{x}_{1,2,3,4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \theta_r \end{pmatrix} = a \cdot \vec{x}_{2-1} + b \cdot \vec{x}_{3-1} + c \cdot \vec{x}_{4-1} \quad a, b, c \in \mathbf{R} \quad (3.33)$$

und berechnet mit den erhaltenen Koeffizienten die partielle Ableitung nach  $\theta_r$  an der Stelle  $\begin{pmatrix} \theta_i^1 \\ \nu^1 \\ \theta_r^1 \end{pmatrix}$ :

$$\frac{\partial f(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\partial \theta_r} \approx \frac{f^0 - f^1}{\Delta \theta_r} = \frac{a \cdot \vec{x}_{2-1} + b \cdot \vec{x}_{3-1} + c \cdot \vec{x}_{4-1}}{\Delta \theta_r} \quad (3.34)$$

Die Berechnung der partiellen Ableitungen nach  $\theta_i$  und  $\nu$  erfolgt auf die gleiche Weise.

Bei den Labormessungen wurden für den Fehler  $\sigma_{\text{Parameter}}$  die partiellen Ableitungen aus den Meßwerten der Strahldichten  $L_r$  bestimmt. Die BRDF-Werte waren nicht direkt zugänglich, sondern konnten erst später über die Berechnung der Strahlungsflußdichte bestimmt werden. Da mit den Feldmessungen aber sofort die BRDF-Werte berechnet werden können, wurden diese auch zur Berechnung der partiellen Ableitungen der BRDF nach den Winkeln benutzt. Der Fehler  $\sigma_{\text{Parameter}}$

$$(\sigma_{\text{Parameter}})^2 = \left( \frac{\partial f(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\partial \theta_i} \cdot \sigma_{\theta_i} \right)^2 + \left( \frac{\partial f(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\partial \nu} \cdot \sigma_{\nu} \right)^2 + \left( \frac{\partial f(\theta_i, \nu, \theta_r)}{\partial \theta_r} \cdot \sigma_{\theta_r} \right)^2 \quad (3.35)$$

wird quadratisch in Gleichung 3.15 auf Seite 17 addiert. Die Tabelle 3.2 zeigt die Verteilung der Gesamtfehler der Proben bei  $\lambda = 850$  nm. Die Fehler bei den Proben 'Aluminium' und 'Schwarze Dachpappe' sind deutlich höher als bei den anderen Proben (beim 'Aluminium' gibt es keine Messung, deren relativer Fehler  $\sigma_{f_r}^{\%}$  kleiner als 5 % ist, sowohl beim 'Aluminium' als auch bei der 'Schwarzen Dachpappe' gibt es nur zwei Messungen mit  $0 \% \leq \sigma_{f_r}^{\%} < 10 \%$ ). Der Grund hierfür ist, daß beide Proben eine starke spiegelnde Komponente besitzen und nur eine schwache diffuse Komponente. Wie auf Seite 26 erläutert, kann die BRDF solcher Proben mit unserer Methode nur schlecht gemessen werden.

**Tabelle 3.2:** Histogrammtabelle der relativen Gesamtfehler der Feldmessungen der Proben bei  $\lambda = 850 \text{ nm}$ 

Probe	Alu- minium	Lack. Alu.	Pla- stik	Kres- se	Geh- wegpl.	Schie- feritpl.	Bestr. Dachp.	Schw. Dachp.	Rote Dachz.
$0\% \leq \sigma_{f_r}^{\%} < 5\%$	0	7	9	5	9	2	3	1	10
$5\% \leq \sigma_{f_r}^{\%} < 10\%$	2	7	8	9	9	9	12	1	10
$10\% \leq \sigma_{f_r}^{\%} < 30\%$	10	7	12	9	5	6	6	6	4
$30\% \leq \sigma_{f_r}^{\%}$	16	10	5	8	12	18	14	27	11
$N$	28	31	34	31	35	35	35	35	35

$\sigma_{f_r}^{\%} = \text{Relativer Gesamtfehler}$   
 $N = \text{Gesamtzahl an Messungen}$

Die Tabelle enthält die Anzahl der Meßwerte, deren relative Gesamtfehler  $\sigma_{f_r}^{\%}$  in einem bestimmten Intervall liegt.

# Kapitel 4

## Auswertung der Labormessungen

Für die Berechnung der Werte der BRDF muß man den Quotient aus der vom Spectralon reflektierten Strahldichte  $L_r$  und der von der Halogenlampe auf das Spectralon einfallenden Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  bilden. Um die Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  zu bestimmen, muß folgende Integration durchgeführt werden (vgl. Kapitel 3.1.5) :

$$\Delta E_i(\theta_i) = \frac{1}{\rho} \cdot 2 \cdot \int_{\Omega/2} L_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega \quad (4.1)$$

An die berechneten Werte der BRDF wird eine stetig differenzierbare Funktion angepaßt. Diese Funktion ergibt den Wert der BRDF des Spectralons für beliebige Ein- und Ausfallswinkel.

### 4.1 Bestimmung der einfallenden Strahlungsflußdichte

#### 4.1.1 Taylor-Entwicklung der reflektierten Strahldichte

Die reflektierte Strahldichte  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)$  wurde nur an den ausgewählten Stützstellen gemessen, liegt also nicht als kontinuierliche Funktion vor. Deshalb wählte ich als Integrationsverfahren die Entwicklung nach Taylor-Polynomen (nach Krommer & Ueberhuber (1994), Seite 100). Hierzu wird das Integral 4.1 in Summanden aufgebrochen :

$$\int_{\Omega/2} L_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega = \sum_{j=1}^{N_{L_r}} \int_{\Omega_j} L_r^j(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) d\Omega \quad (4.2)$$

$N_{L_r}$  ist dabei die Anzahl der Messungen bei verschiedenen Winkelkombinationen von  $(\nu, \theta_r)$ .  $(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j)$  sind die Winkel, bei denen  $L_r^j$  gemessen wurde.  $\int_{\Omega_j} d\Omega$  steht für die Integration über das entsprechende projizierte Raumwinkelelement :

$$\int_{\Omega_j} d\Omega \equiv \int_{\nu=\nu^j-\Delta\nu^j}^{\nu=\nu^j+\Delta\nu^j} \int_{\theta=\theta_r^j-\Delta\theta_r^j}^{\theta=\theta_r^j+\Delta\theta_r^j} \sin \theta \cos \theta d\theta d\nu \quad (4.3)$$

$\Delta\nu^j$  und  $\Delta\theta_r^j$  sind jeweils die Hälfte der Abstände zum nächsten Winkelstützpunkt. Wenn z.B.  $\nu^j = 90^\circ$  ist, so liegen die nächsten Winkelstützpunkte bei  $45^\circ$  und  $135^\circ$ , also wäre  $\Delta\nu^j = 22.5^\circ$ .

Die Funktion  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r)$  wird jeweils um die gemessenen Stellen  $(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j)$  entwickelt. Bricht man die Taylor-Entwicklung bereits nach der ersten Ableitung ab, so erhält man :

$$\int_{\Omega_j} L_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega \approx \int_{\Omega_j} L_r^j(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j) d\Omega + \int_{\Omega_j} \frac{\partial L_r}{\partial \nu}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \cdot (\nu - \nu^j) d\Omega + \int_{\Omega_j} \frac{\partial L_r}{\partial \theta_r}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \cdot (\theta_r - \theta_r^j) d\Omega \quad (4.4)$$

Die erste Ableitung konnte natürlich nicht gemessen werden, sondern mußte aus den Meßwerten  $L_r^j$  geschätzt werden. Sie ergibt sich aus dem Mittelwert der Differenzen zu den beiden benachbarten Winkelstützstellen, die in der folgenden Formel mit  $j_+$  und  $j_-$  indiziert sind :

$$\frac{\partial L_r}{\partial \nu}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \approx \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{L_r^{j_+} - L_r^j}{\Delta \nu^j} + \frac{L_r^j - L_r^{j_-}}{\Delta \nu^j} \right) \quad (4.5)$$

entsprechend für die Ableitung nach  $\theta_r$ .

Zieht man in Formel 4.4 die konstanten Terme vor die Integrale, so erhält man:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_j} L_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega &\approx L_r^j(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j) \cdot \int_{\Omega_j} d\Omega + \frac{\partial L_r}{\partial \nu}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \cdot \int_{\Omega_j} \nu d\Omega - \\ &\frac{\partial L_r}{\partial \nu}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \cdot \nu^j \cdot \int_{\Omega_j} d\Omega + \frac{\partial L_r}{\partial \theta_r}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \cdot \int_{\Omega_j} \theta_r d\Omega - \\ &\frac{\partial L_r}{\partial \theta_r}(\theta_i, \nu^j, \theta_r^j) \cdot \theta_r^j \cdot \int_{\Omega_j} d\Omega \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ersetzt man  $\int_{\Omega_j} d\Omega$  durch seine äquivalente Form aus Gleichung 4.3 , so erkennt man, daß es sich bei sämtlichen Integralen auf der rechten Seite von Gleichung 4.6 nur noch um Integrale über Polynome handelt, die leicht ausgerechnet werden können.

Da die fehlerbehafteten Größen nur noch als Summen und Produkte auftauchen ist die Fehlerfortpflanzung einfach zu berechnen. Wegen ihrer Länge wird die Formel für den Fehler der Integration  $\sigma_{\text{Integration} \Delta E_i(\theta_i)}$  hier nicht explizit angegeben.

Der Fehler  $\sigma_{\text{Taylor}}$ , der durch den Abbruch der Taylor-Entwicklung bereits nach der ersten Ableitung entsteht, kann wieder nur abgeschätzt werden. Da jedoch Abbildung 3.6 eine starke Krümmung der reflektierten Strahldichte nur in dem kleinen Bereich erwarten läßt, bei dem es eine spiegelnde Komponente gibt, können die höheren Ableitungen vernachlässigt werden und damit auch der Fehler  $\sigma_{\text{Taylor}}$ .

#### 4.1.2 Extra- und Interpolation nicht vorhandener Meßwerte

Den nicht vorhandenen Meßwerten wurde der Mittelwert aus den benachbarten  $(\nu, \theta_r)$  Meßwerten zugewiesen. Der Fehler dieses Mittelwertes,  $\sigma_{\text{Interpolation}}$ , wurde als das Doppelte des Fehlers eines der Ausgangsmeßwerte geschätzt. (Man kann nicht den Fehler des Mittelwertes wie in Kapitel A.1 berechnen, da die Ausgangsmeßwerte keine Messung des gesuchten Wertes sind. Es handelt sich hier um eine Interpolation, nicht um eine Mittelwertbildung aus Meßwerten im Sinne von Kapitel A.1 .)

Besonders schwierig ist die Bestimmung der reflektierten Strahldichte  $L_r$  bei  $\theta_r = 90^\circ$  . Sie wird für die Bestimmung der Ableitung von  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r = 75^\circ)$  benötigt. Hierbei handelt es sich nicht mehr um eine Interpolation, sondern um eine Extrapolation. Da die gemessenen Werte häufig relativ konstant waren, wurden die Werte von  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r = 90^\circ)$  einfach denen von  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r = 75^\circ)$  gleichgesetzt und der Fehler als das Doppelte des Fehlers von  $L_r(\theta_i, \nu, \theta_r = 75^\circ)$  geschätzt. Bei  $\nu = 180^\circ$  ist der Verlauf von  $L_r$  für  $\theta_r > 75^\circ$  aber nur sehr schwer vorrauszusagen, vor allem bei großen Einfallswinkel  $\theta_i$  , vgl. Abbildung 3.6. Deshalb wurde zu dem Fehler der Strahldichten  $L_r(\theta_i, \nu = 180^\circ, \theta_r)$  noch ein relativer Extrapolationsfehler  $\sigma_{\text{Extrapolation}}$  von bis zu 25% quadratisch addiert :

$$\sigma_{\text{Extrapolation}} \equiv L_r(\theta_i, \nu = 180^\circ, \theta_r = 90^\circ) \cdot 0.25 \cdot \frac{\theta_i}{75^\circ} \quad (4.7)$$

$\sigma_{\text{Interpolation}}$  und  $\sigma_{\text{Extrapolation}}$  werden quadratisch zum Fehler der jeweiligen Strahldichte  $\sigma_{L_r}$  in Gleichung 3.23 addiert. Es sei noch darauf hingewiesen, daß die extra- und interpolierten Werte nur für die Berechnung der Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  verwendet werden, sie werden nicht zum Anpassen der differenzierbaren Funktion aus Kapitel 4.4 verwendet.

**Tabelle 4.1:** Relative Änderung der Albedo einer  $\rho = 0.6$  Spectralonplatte in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta_i$

Wellenlänge	$\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}(\theta_i = 45^\circ)$	$\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}(\theta_i = 61^\circ)$
600 nm	+0.021 %	+0.050 %
900 nm	+0.033 %	+0.051 %

Quelle : Labsphere, Inc.-Katalog 1992, Seite 91, Table 5

### 4.1.3 Die Albedo der Spectralonplatte in Abhängigkeit vom Einfallswinkel $\theta_i$

Die Firma Labsphere, Inc. lieferte zusammen mit der Spectralonplatte eine Tabelle und eine Grafik, die im Anhang in Tabelle A.1 und Abbildung A.1 abgebildet sind. Sie zeigen jeweils die Albedo des Spectralons in Abhängigkeit von der Wellenlänge bei einem Einfallswinkel von  $\theta_i = 8^\circ$ . Der Fehler der Messung wird von Labsphere, Inc. in dem uns interessierenden Wellenlängenbereich auf  $\sigma_\rho^{\text{Labs.}} = 0.005$  geschätzt, also auf ca. 1%. Dies ist jedoch bezüglich unserer Messungen ein systematischer Fehler. (Liegt der wahre Wert der Albedo z.B. höher, so würde dieser Fehler auf eine zu niedrige BRDF führen.) Dieser Fehler kann nicht in die Fehlerfortpflanzung integriert werden, sondern muß in den Fehler der berechneten BRDF integriert werden. Dies erfolgt auf Seite 47.

Wir erhielten keine Information über die Abhängigkeit der Albedo vom Einfallswinkel  $\theta_i$  unserer Spectralonplatte. Im Katalog von Labsphere, Inc. fanden wir jedoch eine Tabelle über diese Abhängigkeit für eine Spectralonplatte mit  $\rho \approx 0.6$  (unser Spectralon besitzt eine Albedo von  $\rho \approx 0.5$ ). Die für unseren Wellenlängenbereich interessanten Daten sind in der Tabelle 4.1 wiedergegeben.

Wir nehmen an, daß die Abhängigkeit der Albedo unserer Spectralonplatte vom Einfallswinkel das gleiche Verhalten zeigt, wie das  $\rho = 0.6$  Spectralon aus der Tabelle. Wir paßten jeweils eine Parabel an die Werte der Tabelle an, um die Albedo bei den uns interessierenden Einfallswinkeln  $\theta_i$  zu erhalten, vgl. Tabelle 4.1. Die  $\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}$ -Werte bei den Wellenlängen zwischen 600 und 900 nm wurden linear zwischen diesen beiden Parabeln interpoliert. Die beiden Parabeln besitzen die folgenden Koeffizienten :

$$\begin{aligned}\Delta\rho_{\lambda=600\text{nm}}^{\text{relativ}}(\theta_i) &= 0.042 \cdot \theta_i^2 \text{ rad}^{-2} \cdot \% & (\theta_i \text{ in rad}) \\ \Delta\rho_{\lambda=900\text{nm}}^{\text{relativ}}(\theta_i) &= 0.047 \cdot \theta_i^2 \text{ rad}^{-2} \cdot \% & (4.8)\end{aligned}$$

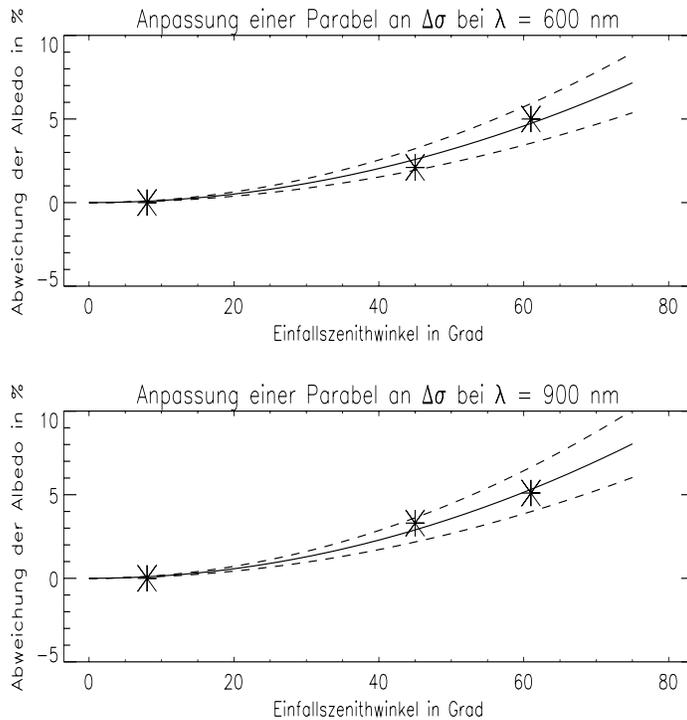
Als Fehler der Albedo-Korrektur  $\sigma_{\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}(\theta_i)}$  schätze ich 25 % des Korrekturwertes. Dies erscheint auf den ersten Blick relativ viel. Man muß aber berücksichtigen, daß die von Labsphere, Inc. angegebenen Daten zur allgemeinen Beschreibung des Spectralons dienen und nicht speziell für unsere Spectralonplatte gemessen wurden. Der Fehler  $\sigma_{\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}(\theta_i)}$  ist nicht systematisch: es ist z.B. möglich, daß bei  $\theta_i = 25^\circ$  der wahre Korrekturwert über dem von uns Errechneten liegt, während er bei  $\theta_i = 75^\circ$  darunter liegt.  $\sigma_{\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}(\theta_i)}$  kann also in die Fehlerfortpflanzung integriert werden, vgl. Gleichung 4.1 :

$$(\sigma_{\Delta E_i(\theta_i)})^2 = \left(\frac{1}{\rho_\lambda^2} \cdot 2 \cdot \int_{\Omega/2} L_r d\Omega \cdot \rho_\lambda^{\text{Labs.}} \cdot \sigma_{\Delta\rho_\lambda^{\text{relativ}}(\theta_i)}\right)^2 + \left(\frac{1}{\rho_\lambda} \cdot \sigma_{\text{Integration}\Delta E_i(\theta_i)}\right)^2 \quad (4.9)$$

Abbildung 4.2 zeigt die berechnete Strahlungsflußdichte  $E_i$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta_i$ . Bei einer punktförmigen Lichtquelle mit vernachlässigbar kleinem Öffnungswinkel erwartet man einen Abfall von  $E_i$  proportional zu  $\cos\theta_i$ . Der Verlauf von  $E_i$  zeigt kleine Abweichungen von der Kosinusfunktion. Da die beiden oben genannten Voraussetzungen für unsere Lichtquelle aber nicht zutreffen, sind diese Abweichungen nicht überraschend.

In Tabelle 4.2 auf Seite 35 sind die prozentualen Anteile der Fehler an der Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  aufgeführt.

**Abbildung 4.1:** Anpassung einer Parabel an die von Labsphere, Inc. gemessenen Albedoänderungen  $\Delta\rho_\lambda$ . Die durchgezogene Linie ist die an die Meßwerte (\*) angepaßte Parabel. Die gestrichelte Linie stellt den Fehler dar.

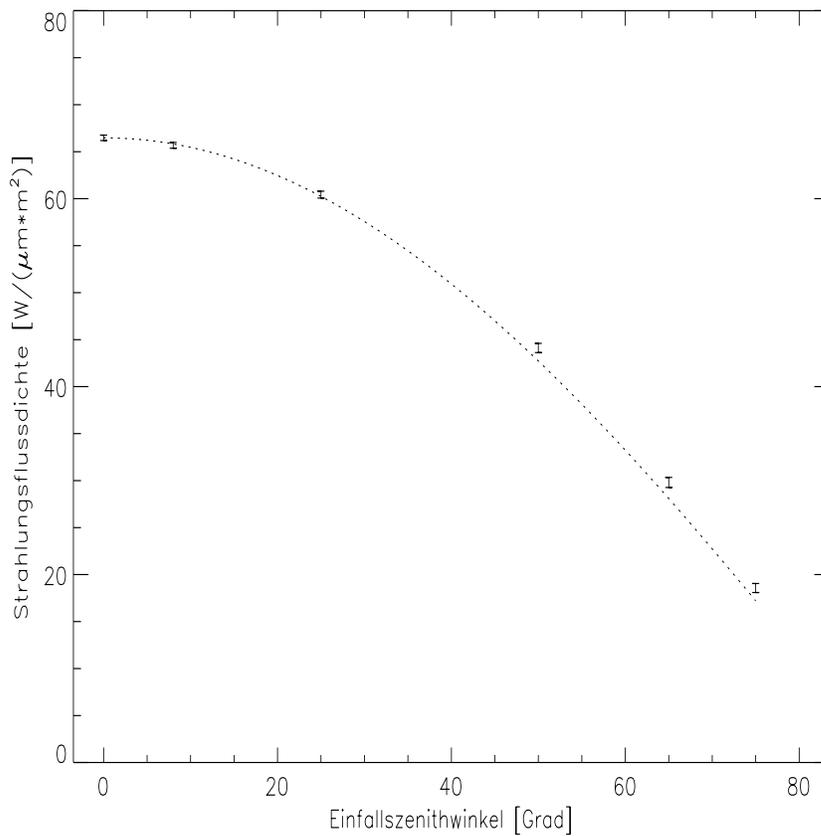


**Tabelle 4.2:** Prozentuale Anteile der Fehler an der Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i$  bei  $\lambda = 800 \text{ nm}$

$\theta_i$	$\Delta E_i(\theta_i)$	$\sigma_{\Delta E_i}^{\%}$	$\sigma_{\rho_\lambda(\theta_i)}^{\%}$	$\sigma_{\text{Integration}(\Delta E_i(\theta_i))}^{\%}$
$0^\circ$	$49.7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$	0.5 %	0.0 %	0.5 %
$8^\circ$	$49.2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$	0.5 %	0.0 %	0.5 %
$25^\circ$	$45.2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$	0.6 %	0.2 %	0.6 %
$50^\circ$	$33.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$	1.2 %	0.8 %	0.8 %
$65^\circ$	$22.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$	1.8 %	1.3 %	1.2 %
$75^\circ$	$14.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$	2.5 %	1.8 %	1.7 %

Zur Berechnung von  $\sigma_{\Delta E_i}$  siehe Gleichung 4.9 .

**Abbildung 4.2:** Strahlungsflußdichte  $\Delta E_i(\theta_i)$  bei  $\lambda = 690 \text{ nm}$



Die gepunktete Linie entspricht der Kosinusfunktion multipliziert mit  $\Delta E_i(\theta_i = 0^\circ)$ . Es wurden nur die Fehlerbalken der Strahlungsflußdichte geplottet, ohne die Meßpunkte durch eine Linie zu verbinden.

## 4.2 Berechnung der BRDF-Werte und ihrer Fehler

Mit Hilfe der oben beschriebenen Fehler ist es nun endlich möglich, den Fehler eines BRDF-Wertes  $f_r^j$  anzugeben. Der BRDF-Wert  $f_r^j$  wird nach Gleichung 3.12 berechnet durch:

$$f_r^j = \frac{L_r^j(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)}{\Delta E_i(\theta_i^j)}, \quad 1 \leq j \leq N \quad (4.10)$$

wobei  $N$  die Gesamtzahl aller Meßwerte ( $N = 84$ ) ist.

Der Fehler ist also gleich:

$$(\sigma_{f_r^j(\theta_i, \nu, \theta_r)})^2 = \left( \frac{1}{\Delta E_i(\theta_i^j)} \cdot \sigma_{L_r^j} \right)^2 + \left( \frac{L_r^j(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)}{(\Delta E_i(\theta_i^j))^2} \cdot \sigma_{\Delta E_i(\theta_i^j)} \right)^2 \quad (4.11)$$

In Tabelle 4.3 werden die Fehler der BRDF-Werte für einige Winkelkombinationen angegeben. Der durchschnittliche prozentuale Fehler gemittelt über alle  $N$  Winkelkombinationen ist 2.5 %.

**Tabelle 4.3:** Prozentualer Anteil des Fehlers  $\sigma_{f_r^j}$  am BRDF-Wert  $f_r^j$  bei  $\lambda = 800$  nm

$\theta_i, \nu, \theta_r$	$f_r^j$	$\sigma_{f_r^j}^{\%}$
$8^\circ, 90^\circ, 25^\circ$	$0.166 \text{ sr}^{-1}$	1.4 %
$50^\circ, 135^\circ, 50^\circ$	$0.183 \text{ sr}^{-1}$	2.8 %
$75^\circ, 45^\circ, 25^\circ$	$0.138 \text{ sr}^{-1}$	3.7 %

## 4.3 Reziprozität der BRDF des Spectralons

Da nun der Fehler der BRDF-Werte  $f_r$  bekannt ist, können jetzt  $\chi^2$ -Tests durchgeführt werden. Zuerst soll das bereits 1883 formulierte Helmholtzsche Reziprozitätstheorem<sup>1</sup> von der Umkehrbarkeit des Lichtweges überprüft werden. Bezogen auf die BRDF ergibt sich aus dem Reziprozitätstheorem die Aussage, daß bei einer Vertauschung von Einfallswinkel und Ausfallswinkel keine Änderung der BRDF eintritt:

$$f_r(\theta_i = \theta_1, \phi_i = \phi_1, \theta_r = \theta_2, \phi_r = \phi_2) = f_r(\theta_i = \theta_2, \phi_i = \phi_2, \theta_r = \theta_1, \phi_r = \phi_1) \quad (4.12)$$

Für eine rotationssymmetrische Fläche wie das Spectralon gilt dann :

$$f_r(\theta_i = \theta_1, \nu, \theta_r = \theta_2) = f_r(\theta_i = \theta_2, \nu, \theta_r = \theta_1) \quad (4.13)$$

Die Hypothese, die mit dem  $\chi^2$ -Test überprüft werden soll, lautet also :

$$f_r(\theta_i = \theta_1, \nu, \theta_r = \theta_2) - f_r(\theta_i = \theta_2, \nu, \theta_r = \theta_1) = 0 \quad (4.14)$$

Insgesamt fanden sich  $N = 11$  Winkelkombinationen  $(\theta_1, \nu, \theta_2)$ , bei denen jeweils 2 Meßwerte zur Verfügung standen, die zur Differenzbildung benutzt werden konnten. Der  $\chi^2$  Test wurde wie im Abschnitt A.2 auf Seite 90 beschrieben durchgeführt. Der Fehler  $\sigma_i$  aus Gleichung A.14 ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung. Er ist gleich der Wurzel aus der Summe der Quadrate der Fehler der beiden Meßwerte. Die  $f_i$  aus Gleichung A.14 sind alle gleich null. Tabelle 4.4 zeigt die benutzten Meßwerte bei  $\lambda = 750$  nm.

<sup>1</sup>Bei (Völlger 1993), Seite 28, ist die entscheidende Passage des Originaltexts von Helmholtz abgedruckt.

**Tabelle 4.4:** Für den  $\chi^2$  Test auf Reziprozität benutzte Winkelkombinationen und BRDF–Werte  $f_r$  bei  $\lambda = 750 \text{ nm}$

$\theta_1$	$\nu$	$\theta_2$	$f_r(\theta_i = \theta_1, \nu, \theta_r = \theta_2)$	$f_r(\theta_i = \theta_2, \nu, \theta_r = \theta_3)$	$\Delta f_r$	$\sigma_{\Delta f_r}$
25°	0°	50°	0.1558	0.1551	0.0007	0.0050
25°	0°	75°	0.144	0.134	0.010	0.006
50°	0°	75°	0.141	0.133	0.008	0.007
25°	45°	50°	0.165	0.156	0.009	0.005
50°	45°	75°	0.142	0.149	-0.006	0.008
25°	90°	50°	0.160	0.161	-0.002	0.005
25°	135°	50°	0.176	0.170	0.006	0.006
25°	180°	50°	0.182	0.175	0.006	0.006
25°	180°	75°	0.174	0.165	0.009	0.008
50°	180°	75°	0.251	0.245	0.006	0.016

Die berechneten Werte von  $M$  sind abhängig vom betrachteten Wellenlängenintervall und schwanken zwischen  $M = 8.6$  und  $15.2$ , bei einem Mittelwert von  $12.2$ . Das Quantil bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 1 \%$  bei 11 Freiheitsgraden ist  $\chi_{1-0.01}^2 = 24.7$ . Die Hypothese, daß das Reziprozitätstheorem gilt, wird also durch den  $\chi^2$  Test nicht abgelehnt. **Also werden wir im Folgenden annehmen, daß das Reziprozitätstheorem für das Spectralon gültig ist.**

## 4.4 Anpassen einer stetig differenzierbaren Funktion

### 4.4.1 Auswahl der geeigneten Funktion

An die Meßwerte der BRDF des Spectralons soll nun eine differenzierbare Funktion angepaßt werden. Dies bringt folgende Vorteile :

1. Die angepaßte Funktion wird eine gleichmäßigere BRDF ergeben als eine Interpolation zwischen den Meßwerten. Flasse et al. (1993) haben mit einer viel höheren Zahl an Winkelstützstellen als wir die BRDF von Spectralon gemessen und dabei eine sehr regelmäßige BRDF erhalten. Eine Glättung der BRDF ist also durchaus sinnvoll. Der Fehler der modellierten BRDF wird kleiner sein als bei einer Interpolation.
2. Die Angabe einer differenzierbaren Funktion ermöglicht anderen Forschungsgruppen eine einfache Benutzung der von uns erhaltenen BRDF.

Die Anpassung der Funktion erfolgt nach der Methode der kleinsten Quadrate. Hierzu wird folgende Größe durch die Variation der Anpassungs–Parameter  $\vec{a}$  der Funktion minimiert :

$$M \equiv \sum_{j=1}^N \left( \frac{f_r^j(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j) - f_r^{\vec{a}}(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)}{\sigma_{f_r^j}} \right)^2 \quad (4.15)$$

$N$  ist die Anzahl aller Meßwerte.  $f_r^j$  ist gegeben durch

$$f_r^j = \frac{L_r^j(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)}{\Delta E_i(\theta_i^j)} \quad (4.16)$$

$f_r^{\vec{a}}(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)$  ist der Wert der Funktion, an die angepaßt wird, an der Stelle  $(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)$  mit den Anpassungs–Parametern  $\vec{a}$ . Die Größe  $M$  ist gleich dem  $M$  aus Gleichung A.14. Nach der Minimierung wird ein  $\chi^2$  Test

durchgeführt, der die Hypothese, daß die BRDF des Spectralons durch die verwendete Funktion beschrieben wird, ablehnen kann.

Etwas problematisch ist natürlich die Entscheidung, welche Funktion man an die Meßwerte anpaßt. Es wurden sowohl BRDF-Funktionen aus der Literatur (eine Beschreibung dieser Funktionen befindet sich in Kapitel 5.2.1, Seite 52) als auch von mir selbst konstruierte überprüft. Die von mir konstruierten BRDF-Funktionen haben keine theoretische Grundlage, sondern wurden so gewählt, daß sie den Verlauf der Meßwerte möglichst gut nachvollziehen. Aufgrund des Ergebnisses von Kapitel 4.3 wurden nur Funktionen ausgewählt, die das Reziprozitätstheorem erfüllen. Die von mir konstruierte Funktion

$$f_r = a_0 - a_1 \cdot (\theta_i^4 + \theta_r^4) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^3 \cdot e^{-a_3 \cdot \psi^2} + a_4 \cdot \left(\nu - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sqrt{\theta_i \cdot \theta_r}$$

( Alle Winkel in rad )

(4.17)

bei der  $\psi$  den relativen Winkel zum Spiegelwinkel (siehe Kapitel 5.2.2) bezeichnet, hat den niedrigsten  $\chi^2$ -Wert (zwischen 80.3 und 97.8, je nach Wellenlänge) und wird vom  $\chi^2$ -Test nicht abgelehnt. Das Quantil bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 1\%$  bei 79 Freiheitsgraden (84 Meßwerte abzüglich 5 Freiheitsgrade) ist  $\chi_{0,01}^2 = 111.14$ . **Darum nehmen wir im Folgenden an, daß die BRDF des Spectralons durch die obige Funktion beschrieben wird.**

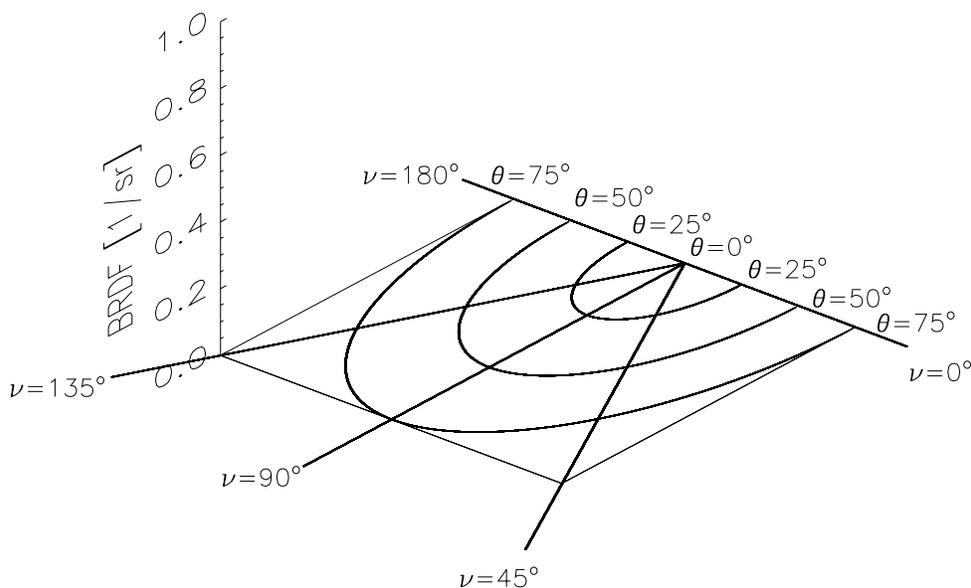
#### 4.4.2 Erläuterungen zur modellierten BRDF des Spectralons

Die Koeffizienten  $a_i$  in Gleichung 4.17 haben folgende Bedeutung:

1. **Der Term  $a_0$  bestimmt die Gesamthöhe der BRDF.**
2. **Der Term mit  $a_1$  ist für den Abfall der BRDF bei großen Zenitwinkeln verantwortlich.** Für  $\theta_r = 0^\circ$  haben Jackson et al. (1992) die BRDF einiger Spectralonplatten mit einer Albedo von fast 1 gemessen. Multipliziert man seine Ergebnisse mit der Albedo unseres Spectralons, so erhält man vergleichbare Ergebnisse, vgl. Abbildung 4.8 auf Seite 45. Die Kurve von Jackson beschreibt für  $\theta_r = 0^\circ$  die Meßergebnisse sogar etwas besser als die von mir verwendete Fitfunktion. Das Modell von Jackson ist aber im Gegensatz zu unserem Modell auf  $\theta_r = 0^\circ$  beschränkt.
3. **Der Term mit der Gaußfunktion beschreibt die spiegelnde Komponente.** Da diese Komponente mit zunehmenden Zenitwinkeln schnell wächst, wurden die Zenitwinkel kubisch zu der Amplitude  $a_2$  multipliziert. Der Koeffizient  $a_3$  bestimmt die Breite der spiegelnden Komponente. Vergleicht man den Exponentialterm mit der Standardform des Exponentialterms einer Gaußfunktion  $e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{\gamma^2}}$  (siehe auch Seite 66), so ergibt sich eine Breite der spiegelnden Komponente von  $\gamma = 27^\circ \pm 3^\circ$ . Konkret bedeutet dies, daß z.B. bei  $(\theta_i = 50^\circ, \nu = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ, \theta_r = 50^\circ)$  die spiegelnde Komponente das  $e^{-\frac{1}{2}}$ -fache (also 61 %) ihrer Stärke bei  $(\theta_i = 50^\circ, \nu = 180^\circ, \theta_r = 50^\circ)$  erreicht. Die recht große Breite der spiegelnden Komponente rechtfertigt die Vernachlässigung des Öffnungswinkels der Halogenlampe von  $5.3^\circ$  (bei einem spitzen Spiegelungsmaximum wäre dies nicht möglich).
4. **Der Term mit  $a_4$  folgt aus der Beobachtung, daß die Streuung in Vorwärtsrichtung ( $\nu - \frac{\pi}{2} > 0$ ) immer etwas stärker ist als die Streuung in Rückwärtsrichtung ( $\nu - \frac{\pi}{2} < 0$ ).** Dieser Term wurde mit der Wurzel aus den Zenitwinkeln multipliziert, damit diese Komponente bei  $\theta_i$  oder  $\theta_r$  gleich null verschwindet. Dies ist notwendig, weil der Winkel  $\nu$  bei  $\theta_i$  oder  $\theta_r$  gleich null nicht definiert ist.

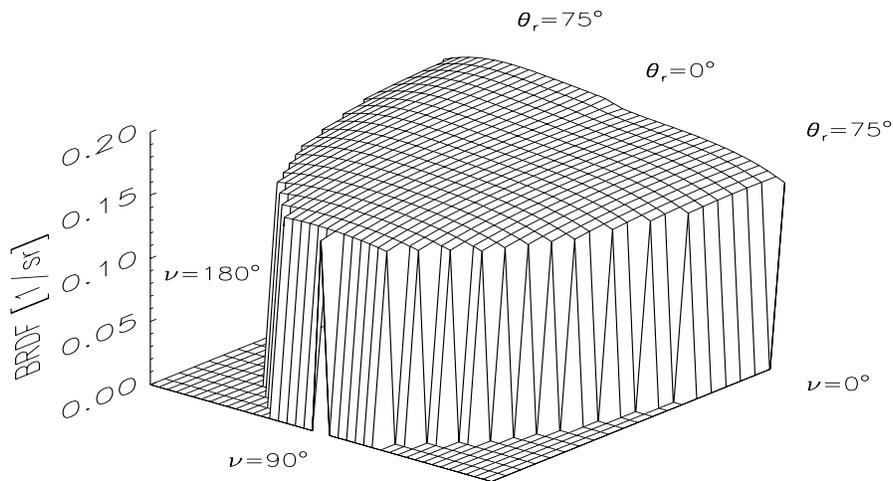
Die Anpassung der Parameter  $a_i$  an die Meßwerte wurde mit der PV-WAVE-Routine NLINLSQ (Non Linear Least Squares fit) durchgeführt. Diese Routine arbeitet nach einer modifizierten Levenberg–Marquardt–Methode mit skaliertem Gradienten. Da es sich bei der BRDF um eine nichtlineare Funktion handelt, ist auf die numerische Stabilität des Verfahrens besondere Aufmerksamkeit zu verwenden. Es besteht die Gefahr,

Abbildung 4.3: Beschreibung der X- und Y-Achsen der dreidimensionalen BRDF-Abbildungen

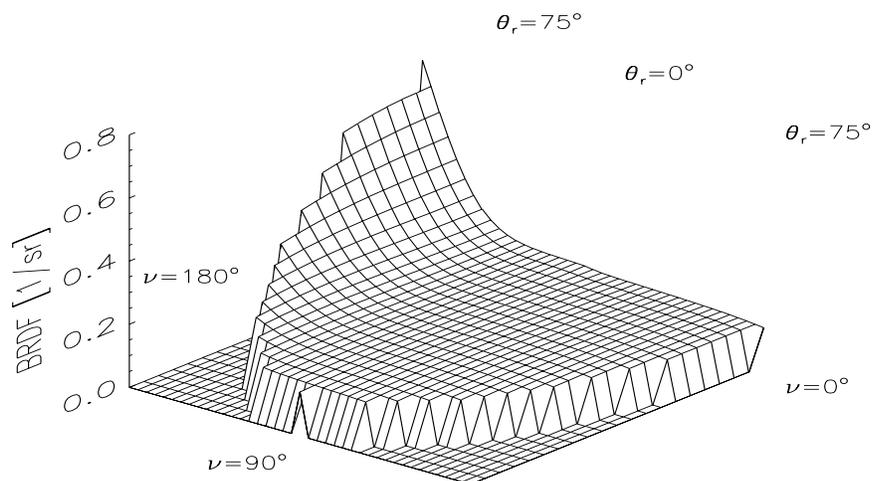


Bei dieser Darstellungsart handelt es sich um eine dreidimensionale Polardarstellung. Im Mittelpunkt (der Punkt, auf den die geraden Linien zulaufen) ist der Zenitwinkel  $\theta = 0^\circ$ , der Azimutwinkel ist unbestimmt. Der Zenitwinkel ist durch den Abstand vom Mittelpunkt gegeben, die Kreise stellen Koordinaten mit konstantem Zenitwinkel dar. Auf den geraden Linien, die mit  $\nu = 0^\circ, 45^\circ, \dots$  beschriftet sind, ist der Azimutwinkel konstant. Der Azimutwinkel steigt im Uhrzeigersinn kontinuierlich an. Die dritte Dimension (die Z-Achse) enthält den BRDF-Wert (in dieser Grafik nicht abgebildet). Der maximal mögliche Zenitwinkel beträgt  $\theta = 90^\circ$ . Da unsere Messungen aber nur bis zu einem Zenitwinkel von  $\theta = 75^\circ$  reichen, beschränken sich alle Darstellungen in dieser Arbeit auf Zenitwinkel bis  $\theta = 75^\circ$ .

**Abbildung 4.4:** Modellierter BRDF des Spectralons bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$



**Abbildung 4.5:** Modellierter BRDF des Spectralons bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$



Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

daß die Routine durch die Benutzung ungünstiger Startwerte ein Nebenminimum für ein absolutes Minimum hält. Ich testete systematisch verschiedene Kombinationen von Startwerten. Der wichtigste Test bleibt jedoch der betrachtende Vergleich der Meßwerte mit der angepaßten Funktion. Abbildung 4.6 auf Seite 43 zeigt eine Auswahl der Meßwerte und die angepaßte Funktion. Beachtet man die hohe Zahl der Meßwerte (insgesamt 84) und die geringe Zahl der Anpassungsparameter (5), so ist das Ergebnis sehr zufriedenstellend. Eine dreidimensionale Darstellung der Ergebnisse zeigt Abbildung 4.4 auf Seite 41 für die Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und  $\theta_r = 75^\circ$ .

In Tabelle 4.5 wurde die Differenz zwischen  $a_i$  bei  $\lambda = 900\text{nm}$  und  $a_i$  bei  $\lambda = 600\text{nm}$  berechnet. **Interessant ist die starke Zunahme um 8.5 % des Koeffizienten  $a_2$ , der die Intensität der spiegelnden Komponente bestimmt.** Das in Kapitel 5.2.2 vorgestellte Rayleigh-Kriterium sagt eine Zunahme der spiegelnden Komponente mit steigender Wellenlänge voraus. Die Zunahme des Koeffizienten  $a_0$  entspricht in etwa dem Anstieg der Albedo des Spectralons (ca. 0.8 % ,berechnet aus der Tabelle A.1 auf Seite 91). Die Differenzen der übrigen Koeffizienten sind kleiner als der Fehler und damit nicht signifikant. Die Fehler werden im folgenden Kapitel berechnet.

**Tabelle 4.5:** Anstieg der Koeffizienten  $a_i$  der BRDF des Spectralons von  $\lambda = 600\text{ nm}$  auf  $\lambda = 900\text{ nm}$

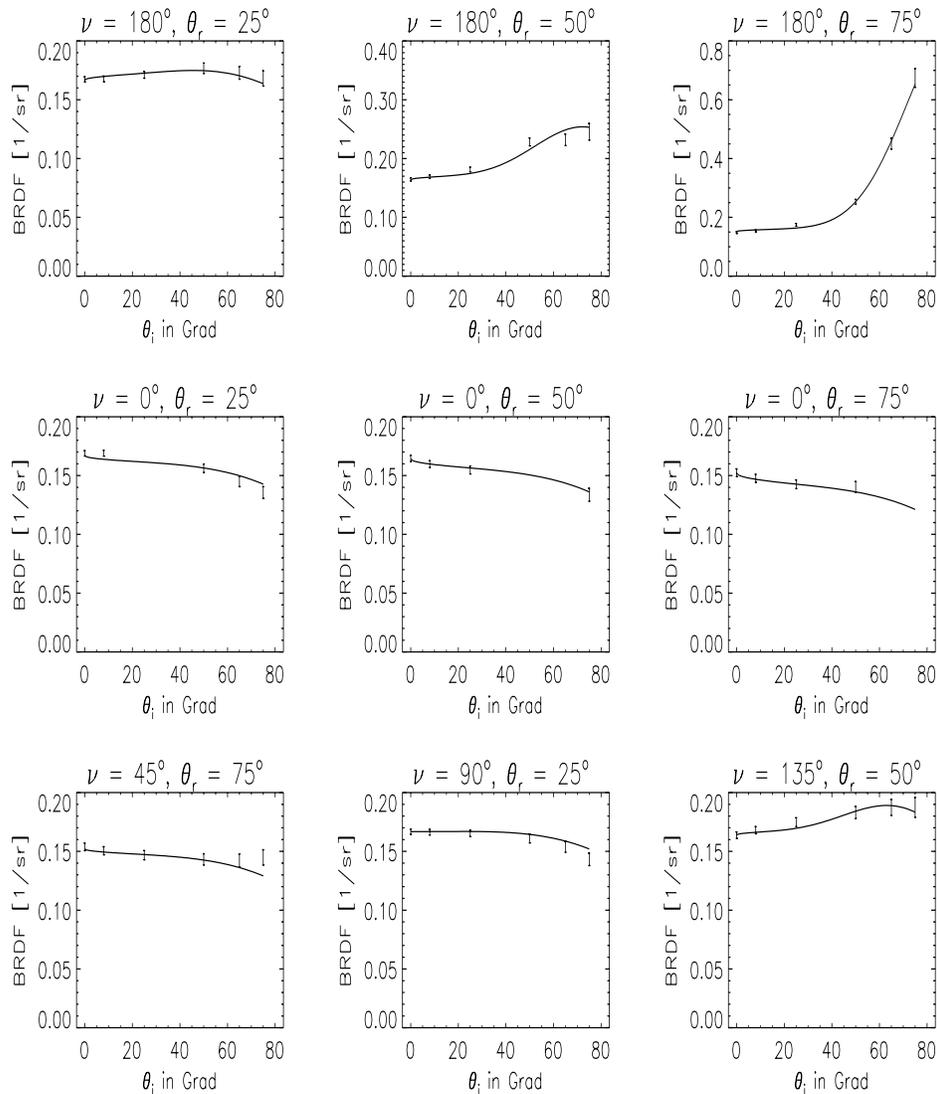
Koeffizient	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
Anstieg	1.3 %	2.5 %	8.5 %	4.1 %	1.5 %
Fehler	0.3 %	7.1 %	4.1 %	12.0 %	11.8 %

In Abbildung 4.7 auf Seite 44 sind die Ergebnisse der Anpassung für die Koeffizienten  $a_i$  in Abhängigkeit von der Wellenlänge aufgetragen. Sie zeigen, daß die Wellenlängenabhängigkeit der Koeffizienten als linear angenommen werden kann. Die Anpassung der Koeffizienten an lineare Funktionen (also an Geraden) führt zu einer Erhöhung des  $\chi^2$ -Wertes um durchschnittlich nur 0.5 %. **Diese Erhöhung wird vernachlässigt, so daß die Geraden als Anpassungsergebnis betrachtet werden können.** Damit ergeben sich für die Koeffizienten der BRDF des Spectralons folgende Formeln:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 0.1612 \text{ sr}^{-1} + \lambda \cdot 7.33 \cdot 10^{-6} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{nm}^{-1} \\
 a_1 &= 4.76 \cdot 10^{-3} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{rad}^{-4} + \lambda \cdot 4.22 \cdot 10^{-7} \text{ sr}^{-1} \text{rad}^{-4} \cdot \text{nm}^{-1} \\
 a_2 &= 7.75 \cdot 10^{-2} \text{ sr} \cdot \text{rad}^{-3} + \lambda \cdot 2.77 \cdot 10^{-5} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{rad}^{-3} \cdot \text{nm}^{-1} \\
 a_3 &= 2.28 \text{ rad}^{-2} + \lambda \cdot 3.48 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1} \\
 a_4 &= 7.42 \cdot 10^{-3} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{rad}^{-2} + \lambda \cdot 3.76 \cdot 10^{-7} \text{ sr}^{-1} \text{rad}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

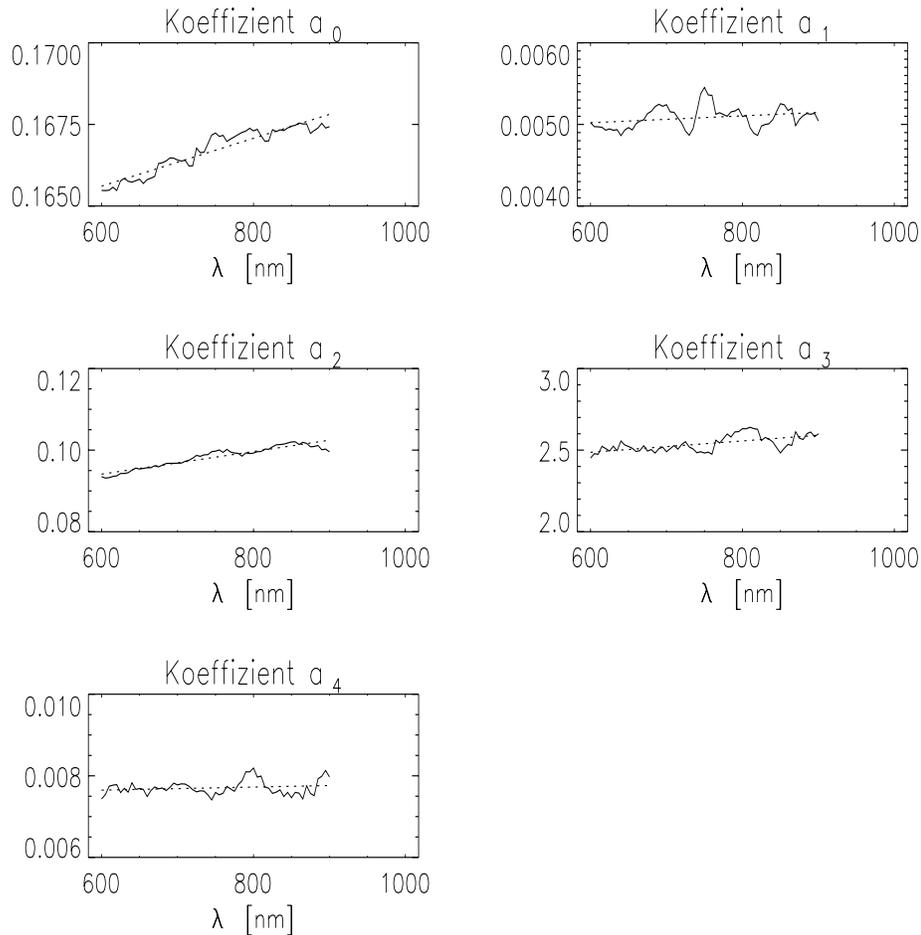
( $\lambda$  : Wellenlänge [nm])

**Abbildung 4.6:** BRDF des Spectralons in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta_i$  für  $\lambda = 800$  nm, Meßwerte und angepaßte Funktion

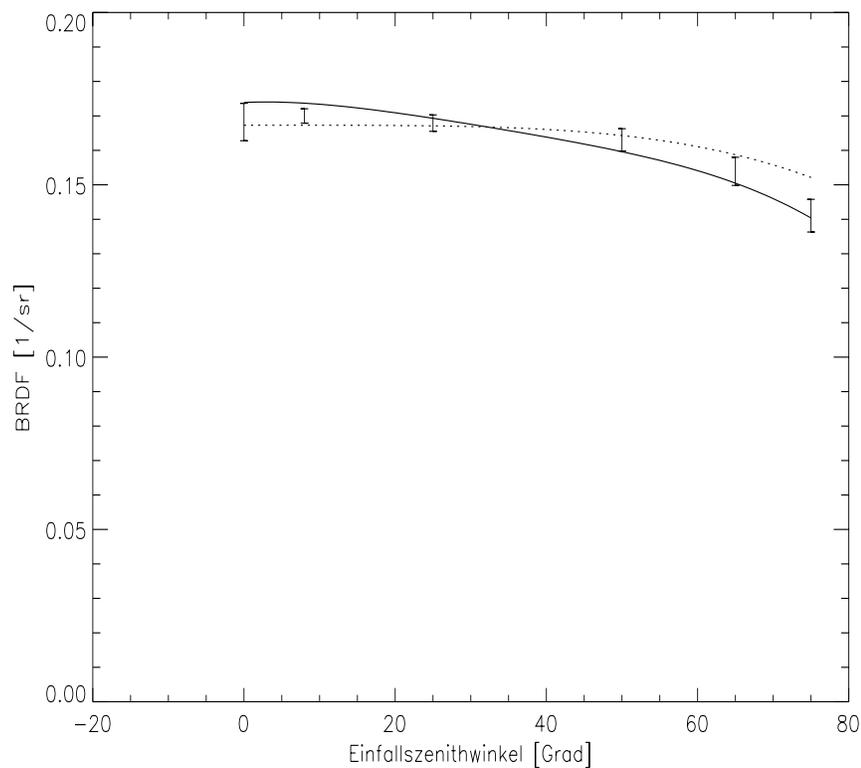


Die Meßwerte sind durch ihre Fehlerbalken dargestellt. Die durchgezogene Linie entspricht der angepaßten Funktion aus Gleichung 4.17. Bei allen Abbildungen sind der Azimutwinkel  $\nu$  und der Ausfallswinkel  $\theta_r$  konstant.

**Abbildung 4.7:** Die Koeffizienten  $a_i$  der modellierten BRDF des Spectralons in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$ . Die Einheiten der Koeffizienten sind nicht dargestellt. Sie sind Gleichung 4.18 zu entnehmen. Die durchgezogene Linie stellt die von der PV-WAVE-Routine berechneten Werte dar, die gepunktete Linie zeigt die an diese Werte angepaßte Gerade. Man beachte den unterdrückten Maßstab.



**Abbildung 4.8:** BRDF des Spectralons bei  $\theta_r = 0^\circ$  für  $\lambda = 800 \text{ nm}$



Die Meßwerte sind durch ihre Fehlerbalken dargestellt. Die gepunktete Linie entspricht der angepaßten Funktion aus Gleichung 4.17. Die durchgezogene Linie stellt die angepaßte Funktion aus Jackson et al. (1992) dar. Jackson maß die BRDF von Spectralon mit einer Albedo von fast 1 bei  $\theta_r = 0^\circ$  und paßte ein Polynom 4. Grades an seine Meßwerte an. Multipliziert man sein Ergebnis mit der Albedo unserer Spectralonplatte, so ergibt sich die durch die durchgezogene Linie dargestellte Funktion.

### 4.4.3 Fehlerrechnung für die nichtlineare Anpassung

Das Verfahren zur Fehlerrechnung wurde aus Brandt (1992), Kapitel 9.5, übernommen. Die prinzipielle Vorgehensweise besteht darin, daß die nichtlineare Funktion  $f_r^{\vec{a}}$ , an die Meßwerte angepaßt werden sollen, in eine Taylorreihe entwickelt wird, die nach dem ersten Glied abgebrochen wird. Damit erhält man wieder eine lineare Funktion, für die der Fehler über die Fehlerfortpflanzung berechnet werden kann. Die Kovarianzmatrix der Koeffizienten der angepaßten Funktion ist dann gegeben durch :

$$C_{\vec{a}} = (A^T C_{\vec{y}}^{-1} A)^{-1} \quad (4.19)$$

wobei folgende Definitionen benutzt werden :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nr} \end{pmatrix}$$

$n =$  Anzahl der Meßwerte, in diesem Fall : 84

$$\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{84}) = \text{Vektor der Meßwerte mit } y_j = \frac{R^j(\omega_i^j, \omega_r^j)}{\pi} \approx f_r^{\vec{a}}(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)$$

$r =$  Anzahl der Fitparameter, in diesem Fall : 5

$$a_{jl} = - \frac{\partial f_r^{\vec{a}}(\theta_i^j, \nu^j, \theta_r^j)}{\partial a_l}$$

$A^T =$  Transponierte Matrix von  $A$

$C_{\vec{y}} =$  Kovarianzmatrix der gemessenen BRDF-Werte  $f_r^j$ , in diesem Fall :

$$C_{\vec{y}} = \begin{pmatrix} \sigma_{f_r^1(\theta_i^1, \nu^1, \theta_r^1)}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{f_r^2(\theta_i^2, \nu^2, \theta_r^2)}^2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{f_r^{84}(\theta_i^{84}, \nu^{84}, \theta_r^{84})}^2 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Betrachtet man Gleichung 4.19 genauer, so kann man erkennen, daß es sich um eine Art Umformung der Gleichung A.3 handelt. Da die Matrix  $A$  aber meistens nicht invertierbar ist, ist die Herleitung von Gleichung 4.19 sehr langwierig, so daß hier auf eine Wiedergabe verzichtet wird.

Mit Gleichung 4.19 wurden die Kovarianzmatrizen  $C_{\vec{a}}(\lambda)$  der Koeffizienten  $\vec{a}$  für jede Wellenlänge berechnet. Die maximale Änderung der Elemente der Kovarianzmatrix mit der Wellenlänge ist fast immer kleiner als 10 %, also für die Angabe des Fehlers der BRDF vernachlässigbar. Um zu einer einfachen Darstellung zu gelangen, wurden die Kovarianzmatrizen über alle Wellenlängen gemittelt :

$$C_{\vec{a}} = \frac{1}{61} \sum_{j=0}^{60} C_{\vec{a}}(\lambda_j), \quad \lambda_j = 600\text{nm} + j \cdot 5\text{nm} \quad (4.21)$$

Es ergeben sich folgende Werte :

$$C_{\vec{a}} = \begin{pmatrix} 2.5 \cdot 10^{-7} & 1.1 \cdot 10^{-7} & 8.1 \cdot 10^{-8} & 2.5 \cdot 10^{-7} & -3.8 \cdot 10^{-8} \\ 1.1 \cdot 10^{-7} & 1.3 \cdot 10^{-7} & 1.6 \cdot 10^{-7} & -2.9 \cdot 10^{-5} & -1.2 \cdot 10^{-7} \\ 8.1 \cdot 10^{-8} & 1.6 \cdot 10^{-7} & 1.7 \cdot 10^{-5} & 5.2 \cdot 10^{-4} & -7.0 \cdot 10^{-7} \\ 2.5 \cdot 10^{-7} & -2.9 \cdot 10^{-5} & 5.2 \cdot 10^{-4} & 9.2 \cdot 10^{-2} & 8.0 \cdot 10^{-5} \\ -3.8 \cdot 10^{-8} & -1.2 \cdot 10^{-7} & -7.0 \cdot 10^{-7} & 8.0 \cdot 10^{-5} & 8.3 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix}$$

Die Einheit des Elements  $c_{ij}$  dieser Kovarianzmatrix ist das Produkt der Einheiten der Koeffizienten  $a_i$  und  $a_j$ , die in Gleichung 4.18 angegeben wurden. Die Wurzel der Diagonalelemente  $c_{ii}$  von  $C_{\vec{a}}$  sind die Fehler  $\sigma_{a_i}$  der Koeffizienten  $a_i$  :

$$\begin{aligned} \sigma_{a_0} &= 5.0 \cdot 10^{-4} \text{sr}^{-1} \cong 0.3\% \text{ von } a_0 \\ \sigma_{a_1} &= 3.6 \cdot 10^{-4} \text{sr}^{-1} \cdot \text{rad}^{-4} \cong 7.1\% \text{ von } a_1 \\ \sigma_{a_2} &= 4.1 \cdot 10^{-3} \text{sr}^{-1} \cdot \text{rad}^{-3} \cong 4.1\% \text{ von } a_2 \\ \sigma_{a_3} &= 3.0 \cdot 10^{-1} \text{rad}^{-2} \cong 12.0\% \text{ von } a_3 \\ \sigma_{a_4} &= 9.1 \cdot 10^{-4} \text{sr}^{-1} \cdot \text{rad}^{-2} \cong 11.8\% \text{ von } a_4 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Da die Nichtdiagonalelemente der Kovarianzmatrix nicht vernachlässigbar sind, kann eine einfache Fehlerfortpflanzung nach Gleichung A.11 auf Seite 89 nicht durchgeführt werden. Stattdessen muß Gleichung A.3 von Seite 88 zur Berechnung des Fehlers angewendet werden. In Tabelle 4.6 wurden die Fehler der modellierten BRDF für einige Winkelkombinationen berechnet. Sie schwanken zwischen 0.3 % und 3.1 %. Der durchschnittliche relative Fehler gemittelt über alle gewählten Winkelkombinationen beträgt 0.6 %.

Um den endgültigen Fehler zu erhalten, muß man den systematischen Fehler  $\sigma_{\rho}^{\text{Labs.}}$ . ( siehe Seite 34 ) berücksichtigen. Es gibt aber keine allgemeinen Regeln, wie man einen systematischen Fehler behandelt. In der Physik übliche Praxis ist es, den statistischen und den systematischen Fehler am Ende der Fehlerrechnung quadratisch zu addieren, falls die Fehler unabhängig voneinander sind, was in diesem Fall zutrifft.  $\sigma_{\rho}^{\text{Labs.}}$  hat einen prozentualen Wert von 1 %, vgl. Kapitel 4.1.3, Seite 34. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 4.6 aufgeführt. Man sieht, daß der Anteil von  $\sigma_{\rho}^{\text{Labs.}}$  am Gesamtfehler bei kleinen Zenitwinkeln sehr groß ist, während er bei hohen Zenitwinkeln abnimmt.

Eine Fehlerrechnung des Fehlers wurde nicht durchgeführt. Trotzdem soll hier eine Abschätzung des Fehlers des Fehlers vorgenommen werden, um die Genauigkeit der Fehler einzuschätzen. Es mußten für die Berechnung des Fehlers einige Abschätzungen benutzt werden. Die Funktion  $f_r$  aus Gleichung 4.17, die an die BRDF-Werte  $f_r^j$  angepaßt wurde, ist nicht aus theoretischen Modellen abgeleitet. Die Berücksichtigung von systematischen Fehlern konnte nur sehr grob erfolgen. Aus diesen drei Gründen schätze ich den Fehler  $\sigma_{\sigma_{f_r}}$  des Gesamtfehlers  $\sigma_{f_r}$  auf 1 % des BRDF-Wertes :

$$\sigma_{\sigma_{f_r}} \approx f_r \cdot 0.01 \quad (4.23)$$

**Tabelle 4.6:** Fehler der modellierten BRDF des Spectralons bei  $\lambda = 800 \text{ nm}$ 

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r [\text{sr}^{-1}]$	$\sigma_{f_r} [\text{sr}^{-1}]$	$\sigma_{f_r}^{\%}$	$\sigma_{f_r}^{\%}$ inkl. $\sigma_{\rho}^{\text{Labs.}}$
8°	90°	25°	0.1668	0.0005	0.3 %	1.0 %
8°	180°	8°	0.1687	0.0005	0.3 %	1.0 %
25°	90°	50°	0.1644	0.0004	0.3 %	1.0 %
25°	180°	75°	0.1637	0.0015	0.9 %	1.3 %
50°	45°	50°	0.1559	0.0007	0.4 %	1.1 %
50°	135°	50°	0.1842	0.0015	0.8 %	1.3 %
50°	180°	50°	0.2156	0.0021	1.0 %	1.4 %
75°	45°	25°	0.1473	0.0008	0.6 %	1.1 %
75°	90°	75°	0.1386	0.0018	1.3 %	1.6 %
75°	180°	75°	0.6529	0.0204	3.1 %	3.3 %

## 4.5 Zusammenfassung der Ergebnisse der Labormessungen

Die BRDF des Spectralons erfüllt das Helmholtzsche Reziprozitätstheorem. Die Spectralonplatte ist kein Lambert-Strahler. **Bei großen Zenitwinkeln sinken die BRDF-Werte.** Diese Tatsache wird von anderen Forschergruppen bestätigt (Jackson et al. (1992), Flasse et al. (1993)). **Außerdem gibt es bei hohen Zenitwinkeln eine starke spiegelnde Komponente.** Dies wurde durch den Hersteller des Spectralons (Labsphere, Inc.) qualitativ vorhergesagt.

**Die BRDF des Spectralons kann durch die Funktion**

$$f_r = a_0 - a_1 \cdot (\theta_i^4 + \theta_r^4) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^3 \cdot e^{-a_3 \cdot \psi^2} + a_4 \cdot \left(\nu - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sqrt{\theta_i \cdot \theta_r}$$

( Alle Winkel in rad )

**beschrieben werden, bei der  $\psi$  den relativen Winkel zum Spiegelwinkel bezeichnet.** Diese Funktion wurde von für diese Arbeit konstruiert mit dem Ziel, die Meßdaten gut darzustellen. Es handelt sich also um eine empirische Funktion, sie basiert nicht auf theoretischen Modellen.

Die Koeffizienten  $a_1$ ,  $a_3$  und  $a_4$  sind im Wesentlichen wellenlängenunabhängig,  $a_0$  und  $a_2$  steigen mit zunehmender Wellenlänge (siehe Tabelle 4.5). Der Anstieg von  $a_0$  stimmt mit den Kalibrationsdaten der Herstellerfirma Labsphere, Inc. überein. **Der Anstieg des Koeffizienten  $a_2$  beschreibt eine Zunahme der spiegelnden Komponente bei höheren Wellenlängen.** Diese Zunahme steht im Einklang mit dem Rayleigh-Kriterium über glatte Flächen, das in Kapitel 5.2.2 erläutert wird. **Die sich aus dem Koeffizienten  $a_3$  ergebende Breite des Spiegelungsterms beträgt  $27^\circ \pm 3^\circ$  (Berechnung auf Seite 39).**

Die Werte der Koeffizienten sind in Abbildung 4.7 dargestellt, die linearen Funktionen, durch die sie beschrieben werden, sind in Gleichung 4.22 angegeben. Tabellen mit den Meßwerten befinden sich im Anhang auf den Seiten 96 und 97. Die Abbildungen 4.6 und 4.4 zeigen zwei- bzw. dreidimensionale Darstellungen der BRDF des Spectralons.

# Kapitel 5

## Auswertung der Feldmessungen

### 5.1 Berechnung der gemessenen BRDF–Werte der Proben

Nachdem in Kapitel 4 die BRDF der Spectralonplatte bestimmt wurde, können nun die gemessenen BRDF–Werte der Proben und ihre Fehler nach Gleichung 3.15 und 3.16 auf Seite 17 bestimmt werden. Die Ergebnisse für die Wellenlängen  $\lambda = 600, 750$  und  $900$  nm befinden sich im Anhang auf den Seiten 98 bis 106. Eine sinnvolle, *winkelabhängige* graphische Darstellung der Meßergebnisse (die von 3 Winkeln ( $\theta_i, \nu, \theta_r$ ) abhängen) ist leider nicht möglich. Der Grund hierfür ist, daß selbst bei einer dreidimensionalen Abbildung nur zwei Winkelparameter variiert werden können, der dritte Winkelparameter muß konstant bleiben. Dies liegt daran, daß die dritte Dimension für die Darstellung der Funktionswerte genutzt werden muß. Hält man bei den von uns realisierten Winkelkombinationen einen Winkelparameter konstant, bleiben zu wenig Werte für eine aussagekräftige Darstellung übrig, wie aus den Tabellen auf Seite 98 bis 106 hervorgeht.

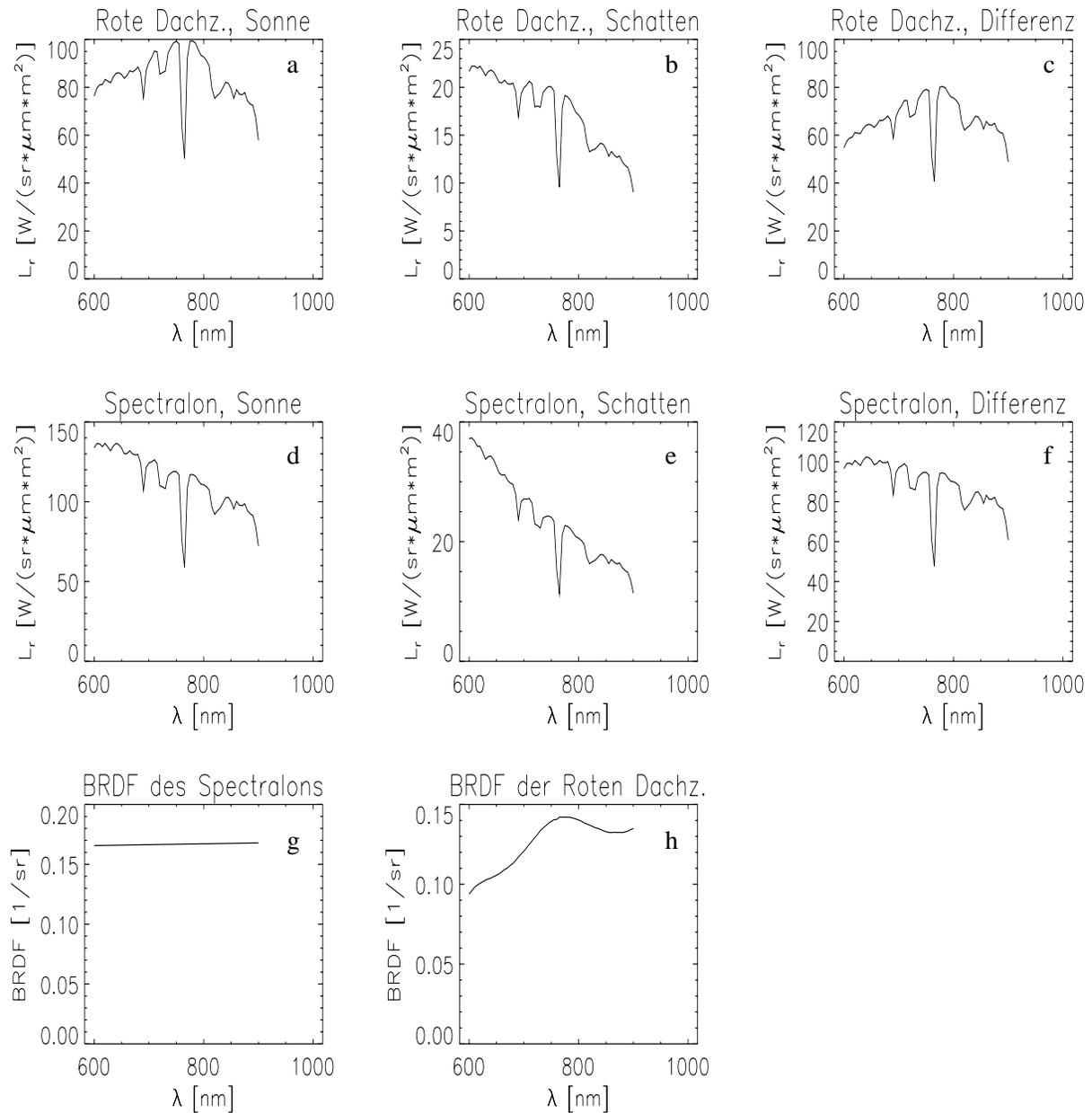
Abbildung 5.1 zeigt eine *spektrale* graphische Darstellung der Meßergebnisse für *eine bestimmte Winkelkombination* ( $\theta_i = 27.1^\circ, \nu = 93.2^\circ, \theta_r = 25.0^\circ$ ). Anhand dieser Abbildung können am Beispiel der Probe 'Rote Dachziegel' die Rechenoperationen verfolgt werden, die auf die Meßdaten angewandt wurden.

Die Abbildungen 5.1a–c zeigen die Spektren der von der Probe 'Rote Dachziegel' reflektierten Strahldichte  $L_r$ , 5.1a die Messung bei voller Beleuchtung, 5.1b die Messung mit abgeschatteter Probe, 5.1c die Differenz dieser beiden Messungen. Die Abbildungen 5.1d–f enthalten die Spektren der vom Spectralon reflektierten Strahldichte  $L_r$ , wieder bei voller Beleuchtung, im Schatten und als Differenz Sonnenmessung abzüglich Schattenmessung. In Abbildung 5.1g befindet sich die BRDF des Spectralons für die betrachtete Winkelkombination. **In Abbildung 5.1h stehen die 'Meßwerte' der BRDF der Probe 'Rote Dachziegel', berechnet nach Formel 3.15 auf Seite 17: man teilt das Spektrum aus Abbildung 5.1c durch das Spektrum aus Abbildung 5.1f und multipliziert das Ergebnis mit dem Spektrum aus Abbildung 5.1g.**

Es ist jeweils deutlich zu sehen, daß die Spektren der Schattenmessungen mit zunehmender Wellenlänge stärker abfallen als die Spektren der Sonnenmessungen. Dies ist ein Beispiel für die in Abschnitt 3.3.2 angesprochene Farbverschiebung.

**Erfreulich ist, daß der durch die atmosphärische Absorption und durch das Sonnenspektrum bedingte, unregelmäßige spektrale Verlauf, der in den Messungen zu sehen ist (Abbildungen 5.1a–b und 5.1d–e), bei der Bildung des Quotienten völlig verschwindet, die Kurve der BRDF der 'Roten Dachziegel' (Abbildung 5.1h) erscheint ohne kleinräumige Absorptionsbanden und hat einen für Festkörper typischen 'glatten' Verlauf. Dies ist auch ein Beweis für die hohe Qualität des Spektrometers OVID.**

**Abbildung 5.1:** BRDF-Meßwerte der Probe 'Rote Dachziegel' bei  $\theta_i = 27.1^\circ$ ,  $\nu = 93.2^\circ$ ,  $\theta_r = 25.0^\circ$



Erläuterungen zu dieser Abbildung siehe Text, Seite 50

## 5.2 Zur Modellierung verwendete Funktionen

Aus den gleichen Gründen wie in Kapitel 4.4, Seite 38 (um eine gleichmäßigere BRDF und eine brauchbare Darstellung der Ergebnisse zu erhalten) soll auch bei den Feldmessungen eine differenzierbare Funktion an die Meßwerte angepaßt werden. Wie in Kapitel 4.4 wird mit der PV-WAVE-Routine NLINLSQ die Testgröße  $M$  (Definition siehe Gleichung 4.15) berechnet, mit der ein  $\chi^2$  Test durchgeführt wird.

### 5.2.1 Differenzierbare BRDF-Funktionen aus der Fachliteratur

In diesem Kapitel werden die differenzierbaren BRDF-Funktionen vorgestellt, die wir der Fachliteratur entnehmen konnten. Die Bezeichnung der Variablen wurde vereinheitlicht. Falls die Funktionen Bikonische Reflektanz Faktoren (BRF) oder Strahllichten über Strahlungsflußdichten beschreiben, wurden die Funktionen zu BRDF-Funktionen transformiert.

#### Polynome

Die wohl einfachste Möglichkeit ist, als BRDF-Funktion ein Polynom der Zenitwinkel zu wählen. Hierbei wird die Abhängigkeit der BRDF vom Azimutwinkel vernachlässigt. Eine mögliche Form eines Polynoms  $n$ -ten Grades ist dann:

$$f_r = \left( \sum_{j=0}^n a_j \cdot \theta_i^j \right) \cdot \left( \sum_{j=0}^n b_j \cdot \theta_r^j \right) \quad (5.1)$$

Bei dem Faktor  $a_j$  hat  $j$  die Bedeutung eines Indizes, während es in  $\theta_i^j$  als Exponent zu betrachten ist.

Flasse et al. (1993) verwenden ein Polynom 4. Grades dieser Art zu Testzwecken. Jackson et al. (1992) benutzten ebenfalls ein Polynom 4. Grades zum beschreiben von BRDF-Meßwerten. Da bei den Messungen von Jackson et al. (1992) der Winkel  $\theta_r$  immer gleich  $0^\circ$  ist, verwendeten sie weniger Parameter:

$$f_r(\theta_i, \theta_r = 0^\circ) = \sum_{j=0}^n a_j \cdot \theta_i^j \quad (5.2)$$

Da bei unseren Messungen fast immer  $\theta_r \neq 0^\circ$  gilt, wurde hier ein Polynom 4. Grades der in Gleichung 5.1 beschriebenen Art gewählt.

#### Ansatz von Oren & Nayar

Oren & Nayar (1995) (Arbeitsgebiet: Computer Vision) geben eine theoretische Herleitung für das folgende BRDF-Modell:

$$f_r = a_0 \cdot \left[ C_1(a_1) + \cos(\nu) \cdot C_2(\alpha; \beta; \nu; a_1) \cdot \tan(\beta) + (1 - |\cos(\nu)|) \cdot C_3(\alpha; \beta; a_1) \cdot \tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right]$$

mit folgenden Definitionen:

$$\alpha = \text{Max}[\theta_r, \theta_i]$$

$$\beta = \text{Min}[\theta_r, \theta_i]$$

$$C_1 = 1 - 0.5 \cdot \frac{(a_1)^2}{(a_1)^2 + 0.33}$$

$$C_2 = \begin{cases} \cos(\nu) \geq 0 & : 0.45 \cdot \frac{(a_1)^2}{(a_1)^2 + 0.09} \cdot \sin(\alpha) \\ \cos(\nu) < 0 & : 0.45 \cdot \frac{(a_1)^2}{(a_1)^2 + 0.09} \cdot \left( \sin(\alpha) - \left( \frac{2 \cdot \beta}{\pi} \right)^3 \right) \end{cases}$$

$$C_3 = 0.125 \cdot \left( \frac{(a_1)^2}{(a_1)^2 + 0.09} \right) \cdot \left( \frac{4\alpha\beta}{\pi^2} \right)^2 \quad (5.3)$$

Der Parameter  $a_0$  hat in diesem Modell eine Bedeutung, die etwa der Albedo entspricht. Der Parameter  $a_1$  ist ein Maß für die Oberflächenrauigkeit. Für  $a_1 = 0$  beschreibt diese Funktion einen Lambert–Strahler. Der Wertebereich von  $a_1$  ist auf die positiven reellen Zahlen beschränkt. Bemerkenswert ist, daß diese Funktion nur 2 stoffspezifische Parameter benötigt. Wir benutzen diese beiden Parameter als freie Parameter, obwohl der Parameter  $a_1$  prinzipiell auch durch physikalische Messungen bestimmt werden kann.

### Ansatz von Minnaert

Ein altes Modell für die Beschreibung der Reflektion der Mondoberfläche wurde von Minnaert (1941) entwickelt. Es handelt sich um ein empirisches Modell, d.h. es wurde nicht theoretisch hergeleitet, sondern es dient nur zur Beschreibung der Form der BRDF. Die einzelnen Parameter haben also keine physikalische Bedeutung.

$$f_r = a_0 \cdot (\cos \theta_i \cdot \cos \theta_r)^{a_1} \quad (5.4)$$

### Ansatz von Staylor

Für Wüsten und wüstenartige Landschaften entwickelten Staylor & Suttles (1986) ein Modell mit 4 freien Parametern:

$$f_r = \frac{B(\theta_r, \theta_i)}{A(\theta_i)} \cdot \frac{1 + a_3(\cos \theta_r \cos \theta_i - \sin \theta_i \sin \theta_r \cos \nu)^2}{1 + a_3[(\cos \theta_r \cos \theta_i)^2 + 0.5 \cdot (\sin \theta_i \sin \theta_r)^2]}$$

mit folgenden Definitionen:

$$B(\theta_r, \theta_i) = \frac{1}{\cos \theta_r \cos \theta_i} \left[ a_1 + a_2 \left( \frac{\cos \theta_r \cos \theta_i}{\cos \theta_r + \cos \theta_i} \right)^{a_0} \right]$$

$$A(\theta_i) = 2 \int_0^1 B(\theta_r, \theta_i) \cdot \cos \theta_i \, d(\cos \theta_r) \quad (5.5)$$

### Ansatz von Walthall

Ein bekanntes empirisches BRDF–Modell stammt von Walthall et al. (1985):

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot \theta_r^2 + a_2 \cdot \theta_r \cos(\nu)$$

$$a_i = a_i(\theta_i) \quad (5.6)$$

bei der die Koeffizienten  $a_i$  von  $\theta_i$  abhängen. Stellt man an die BRDF die Forderung, daß sie das Helmholtz–sche Reziprozitätstheorem erfüllt, erhält die Funktion z.B. folgende Form (nach Liang & Strahler (1994), auch andere Möglichkeiten wären denkbar), bei der die Koeffizienten nicht mehr von  $\theta_i$  abhängen:

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cos(\nu)$$

$$a_i = \text{konstant} \quad (5.7)$$

Zum Anpassen benutzte ich die reziproke Form aus Gleichung 5.7.

### Ansatz von Liang

Die reziproke Form der Walthall–BRDF wurde von Liang & Strahler (1994) um einen Term erweitert, der eine erhöhte Streuung in die Rückstrahlrichtung ( $\theta_i = \theta_r, \nu = 0^\circ$ ) modelliert:

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cos(\nu) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_4 \cdot e^{-a_5 \cdot \tan(\pi - \alpha)}$$

$$\alpha = \text{Phasenwinkel zwischen einfallendem und ausfallendem Strahl} \quad (5.8)$$

(Bei  $\alpha = \pi$  erreicht der Zusatzterm sein Maximum)

## Kugelflächenfunktionen

Die Kugelflächenfunktionen  $Y_l^m$  besitzen den Vorteil, daß sie ein orthonormales Funktionensystem bilden. Dies bedeutet, daß die Integration über Zenit- und Azimutwinkel des Produkts zweier Kugelflächenfunktionen  $Y_l^m$  und  $Y_{l'}^{m'}$  entweder 0 oder 1 ergibt:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_l^m \cdot Y_{l'}^{m'} \sin \theta \, d\theta d\nu = \delta_{l'l} \cdot \delta_{m'm} \quad (5.9)$$

$$(\delta_{ij} = \text{Kronecker-Symbol}) \quad (5.10)$$

Mit den Kugelflächenfunktionen kann man beliebig feine BRDF-Strukturen beschreiben, man muß nur ausreichend viele Terme berücksichtigen. Da die Kugelflächenfunktionen auf den komplexen Zahlen definiert sind, erhält man pro Funktion  $Y_l^m$  zwei freie reelle Parameter (falls  $Y_l^m$  nicht zufällig reell ist).

$$f_r = \sum_{l,m} A_l^m \cdot \text{Re}(Y_l^m) + B_l^m \cdot \text{Im}(Y_l^m) \quad (5.11)$$

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\nu}$$

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

usw.

(5.12)

(Die Kugelflächenfunktionen wurden im Zusammenhang mit der Untersuchung von Reflexionsfunktionen von Goel & Reynolds (1989) benutzt.) Um eine Kugelflächenfunktion (die nur von einem Zenitwinkel ( $\theta$ ) abhängt) in eine reziproke Funktion umzuwandeln, die von zwei Zenitwinkeln ( $\theta_i, \theta_r$ ) abhängt, kann man den Teil von  $Y_l^m$ , der von  $\theta$  abhängt, sowohl für  $\theta_i$  als auch für  $\theta_r$  verwenden. Z. B. bei  $Y_1^1$  ergibt sich dann

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta_i \sin \theta_r e^{\pm i\nu} \quad (5.13)$$

Die so modifizierten Funktionen sind immer noch orthogonal, aber nicht mehr orthonormal. Dies hat für unsere Zwecke keine nachteiligen Folgen. Zum Modellieren wurden die reziproken Kugelflächenfunktionen verwendet.

## Spectralon-BRDF

Die Funktion aus Gleichung 4.17 auf Seite 39 wurde ebenfalls zum Modellieren verwendet. Sie diente zur Beschreibung der BRDF des Spectralons und wurde von mir als empirische Funktion ohne theoretische Herleitung konstruiert.

### 5.2.2 Spiegelungsmaximum

Leider konnte ich trotz intensiver Literaturrecherchen kein Modell finden, welches das Spiegelungsmaximum in Abhängigkeit der Winkel  $\theta_i, \nu, \theta_r$  beschreibt. Das Spiegelungsmaximum wird zwar durch ein Modell von Torrance & Sparrow (September 1967) in der folgenden Form vorhergesagt:

$$f_r \propto \frac{1}{\cos \theta_r \cdot \cos \theta_a} \cdot e^{\frac{\theta_a^2}{2\sigma}} \quad (5.14)$$

Leider beschreibt die Variable  $\theta_a$  einen Winkel, der nur im Rahmen dieses Modells existiert. Eine direkte Beziehung zu  $\theta_i$  wird nicht angegeben.

Ich konstruierte ein Modell, bei dem  $\psi$  den relativen Winkel zum Spiegelwinkel beschreibt:

$$f_r^{\text{Spiegel}} = a_0 \cdot e^{a_1 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_2 \cdot \psi^2} \quad (5.15)$$

Dieses Modell berücksichtigt folgende Gesichtspunkte:

1. In Veröffentlichungen, in denen die BRDF von spiegelnden Materialien gemessen wurde, sind die Ergebnisse mit einer logarithmischen Ordinatenachse (y-Achse) aufgetragen. Eine Exponentialfunktion ist also gut geeignet, den Wertebereich eines Spiegelungsmaximums abzudecken.
2. Um die Breite des Spiegelungsmaximums leicht einschätzen zu können, wurde als Form der Exponentialfunktion eine Gaußfunktion gewählt. Der Koeffizient  $a_2$  ist mit der Breite einer Gaußfunktion  $\gamma$  durch die Gleichung  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{2a_2}}$  verknüpft (siehe Seite 66).
3. Die Amplitude des Spiegelungsmaximums wird durch den Parameter  $a_0$  beschrieben.
4. Die Stärke des Anstiegs (oder Abfalls) der Amplitude des Spiegelungsmaximums bei zunehmenden Zenitwinkeln soll durch einen einzigen Parameter beschrieben werden. Dies wird im Modell durch den Parameter  $a_1$  geleistet. (Bei dem Modell von Torrance & Sparrow (September 1967) steigt ebenfalls mit zunehmendem Reflexionszenitwinkel  $\theta_r$  die Intensität des Spiegelungsmaximums, allerdings mit dem Faktor  $\frac{1}{\cos \theta_r}$ . Diese Abhängigkeit der Spiegelungsamplitude vom Reflexionszenitwinkel steht aber nicht im Einklang mit unseren Meßdaten.)

Mit Hilfe der Bezeichnungen von Kapitel 3.1.4 ist die Berechnung von  $\psi$  sehr einfach. Ordnet man den Winkelpaaren  $(\theta_i, \nu = 180^\circ)$  und  $(\theta_r, \nu)$  nach dem dort beschriebenen Verfahren die Vektoren  $\vec{r}_{\text{Spiegelwinkel}}$  und  $\vec{r}_r$  zu, so erhält man den Winkel  $\psi$  durch

$$\cos \psi = \vec{r}_{\text{Spiegelwinkel}} \cdot \vec{r}_r \quad (5.16)$$

Bei  $\theta_i = \theta_r$  und  $\nu = 180^\circ$  ist  $\psi$  also gleich  $0^\circ$  (bzw. 0 rad), sonst ist  $\psi$  immer größer als 0. Dieses Modell erfüllt das Helmholtzsche Reziprozitätstheorem. Falls das Modellieren mit einer der in Kapitel 5.2.1 angegebenen Funktionen zu einem Ergebnis führte, das vom  $\chi^2$  Test abgelehnt wird, wurde die Funktion in einigen Fällen um dieses Spiegelungsmaximum erweitert.

Das sogenannte *Rayleigh-Kriterium* über glatte Flächen erlaubt eine Einschätzung der Rauigkeit einer Oberfläche. Falls die Ungleichung

$$h < \frac{\lambda}{8 \cdot \cos \theta_i} \quad (5.17)$$

erfüllt ist, gilt eine Oberfläche als glatt, wobei  $h$  die Standardabweichung der Oberflächenunebenheiten ist ((Kraus & Schneider 1988), Seite 37 f.). Da die spiegelnde Komponente umso stärker ist, je glatter die Oberfläche ist, erwartet man eine Zunahme der spiegelnden Komponente bei hohen Wellenlängen  $\lambda$  und hohen Einfallswinkeln  $\theta_i$ .

### 5.3 $\chi^2$ Test bei den Feldmessungen

In der Tabelle 5.1 werden für die einzelnen Proben die Werte der Testgröße  $M$  bei der Wellenlänge  $\lambda = 850$  nm dargestellt. Die Anpassung der Parameter erfolgte wieder durch die PV-WAVE-Routine NLINLSQ (zur Beschreibung der Routine NLINLSQ siehe Seite 39). Die zweite Spalte enthält die Anzahl der Freiheitsgrade des Modells,  $n$ . In der zweiten Zeile steht die Anzahl der Meßwerte der jeweiligen Probe,  $N$ . Die Abkürzung 'm.S.m.' steht für 'mit Spiegelungsmaximum'. In diesem Fall wurde zu dem Modell noch das Spiegelungsmaximum aus Gleichung 5.15 addiert.

An einem Beispiel soll die Durchführung des  $\chi^2$  Tests erläutert werden. Von der Probe 'Bestreute Dachpappe' existieren  $N = 35$  Meßwerte. Mit dem Modell 'Walthall' wurde die Testgröße  $M$  aus Kapitel A.2 zu

**Tabelle 5.1:** Werte der Testgröße  $M$  bei  $\lambda = 850$  nm für alle Proben

Modell	$n$	Al.	L.A.	Pl.	Kr.	Ge.	Sc.	B.D.	S.D.	R.D.
N		28	31	34	31	35	35	35	35	35
Polynome	10	237.7	333.7	121.1	131.9	120.2	366.0	467.0	214.9	184.4
Polynome m.S.m.	13	100.5	325.4	74.12	40.48	58.01	23.09	51.69	268.3	79.4
Minnaert	2	410.9	398.3	146.8	494.2	152.2	517.9	553.8	410.1	212.8
Minnaert m.S.m.	5	194.1	357.9	140.7	354.0	39.36	24.58	48.73	71.84	29.71
Oren	2	564.9	495.4	542.5	357.6	149.2	683.9	487.5	689.0	254.3
Oren m.S.m.	5	221.6	357.2	224.5	574.8	143.2	29.03	76.58	83.07	30.50
Staylor	4	$7 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^5$
Staylor m.S.m.	7	$6 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^4$
Liang	6	283.6	363.1	154.1	441.7	142.3	493.8	313.6	176.0	136.2
Liang m.S.m.	9	214.0	33.9	106.9	189.1	85.4	460.1	161.0	151.1	68.1
$Y_l^m (l \leq 2)$	9	183.7	352.8	97.09	120.7	57.17	287.8	165.3	280.7	72.59
$Y_l^m (l \leq 2)$ m.S.m.	12	37.77	222.6	18.06	99.04	11.02	31.92	24.29	31.17	9.40
Spectralon	5	208.1	224.1	52.7	287.0	15.99	230.4	75.64	412.0	19.80
Walthall	4	294.4	363.3	154.9	475.2	146.7	497.7	314.9	517.8	136.6
Walthall m.S.m.	7	78.37	35.36	30.82	276.1	26.76	17.31	31.31	60.57	11.08

$n$  = Anzahl der Freiheitsgrade des Modells

$N$  = Anzahl der Meßwerte

m.S.m. = mit Spiegelungsmaximum

Die Proben werden in der ersten Zeile der Tabelle in ihrer Meßreihenfolge (siehe Seite 27) aufgeführt.

**Tabelle 5.2:** Werte des Quantils  $\chi_{1-\alpha}^2$  für ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 1\%$  in Abhängigkeit von der Anzahl der Freiheitsgrade  $f$ 

f	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\chi_{1-\alpha}^2$	6.63	9.21	11.34	13.28	15.09	16.81	18.48	20.09	21.67	23.21
f	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\chi_{1-\alpha}^2$	24.73	26.22	27.69	29.14	30.58	32.00	33.41	34.81	36.20	37.57
f	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\chi_{1-\alpha}^2$	38.93	40.29	41.64	42.98	44.31	45.64	46.96	48.28	49.59	50.89
f	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$\chi_{1-\alpha}^2$	52.19	53.49	54.78	56.06	57.34	58.62	59.89	61.16	62.43	63.69

Die Anzahl der Freiheitsgrade berechnet man aus  $f = N - n$

( $N$  = Anzahl der Meßwerte,  $n$  = Anzahl der freien Parameter des Modells)

$M = 314.9$  errechnet, wie aus der vorletzten Zeile der Tabelle 5.1 hervorgeht. Das Modell 'Walthall' besitzt  $n = 4$  freie Parameter. Die Anzahl der Freiheitsgrade  $f$  des  $\chi^2$  Tests ist also  $f = N - n = 35 - 4 = 31$ . Das zugehörige Quantil erhält man aus Tabelle 5.2:  $\chi_{1-\alpha}^2 = 52.19$ . Der  $\chi^2$  Test lehnt also das Modell 'Walthall' ab, da  $M > \chi_{1-\alpha}^2$ . Das Modell 'Walthall m.S.m.' ('Walthall', erweitert um das Spiegelungsmaximum) hat  $n = 7$  freie Parameter, also ist  $f = N - n = 28$ . Das zugehörige Quantil ist  $\chi_{1-\alpha}^2 = 48.28$ . Für die Probe 'Bestreute Dachpappe' wurde der Wert  $M = 31.31$  errechnet, damit gilt  $M < \chi_{1-\alpha}^2$ . Der  $\chi^2$  Test spricht also nicht gegen das Modell 'Walthall m.S.m.'

Die Tabelle 5.1 zeigt, daß die Modelle 'Walthall m.S.m.' und ' $Y_l^m(l \leq 2)$ m.S.m.' die mit Abstand besten Ergebnisse liefern. Es ist zwar durchaus möglich, daß mit geeigneten Startwerten für die Routine NLINLSQ bessere Ergebnisse auch bei anderen Modellen erzielt werden könnten. Man kann aber die Aussage machen, daß die Modelle 'Walthall m.S.m.' und ' $Y_l^m(l \leq 2)$ m.S.m.' auch bei unbekanntem Startwerten gute Ergebnisse liefern.

Mit der Erweiterung um den Spiegelungsterm werden im Allgemeinen die Ergebnisse deutlich verbessert. Der Grund dafür, daß das Spiegelungsmaximum von den Originalmodellen nicht berücksichtigt wird, ist wahrscheinlich, daß die Modelle für Flächen verwendet wurden, die weitaus weniger glatt waren als unsere Proben. Eine weitere Möglichkeit ist, daß keine geeigneten Meßdaten in der Gegend des Spiegelungsmaximums vorlagen.

Die guten Ergebnisse des Modells ' $Y_l^m(l \leq 2)$ m.S.m.' sollte man nicht überbewerten, da die Anzahl der freien Parameter mit  $n = 12$  im Vergleich zur Anzahl der Meßwerte relativ groß ist.

Die mit dem Modell 'Walthall m.S.m.' erzielten Resultate sind sehr zufriedenstellend. Die Anzahl der freien Parameter ist mit  $n = 7$  vergleichsweise klein, vor allem wenn man bedenkt, daß allein 3 der 7 freien Parameter für die Modellierung des Spiegelungsmaximums benötigt werden. Die Meßdaten der Proben 'Lackiertes Aluminium', 'Plastik', 'Gehwegplatte', 'Schieferitplatte', 'Bestreute Dachpappe' und 'Rote Dachziegel' werden durch den  $\chi^2$  Test mit diesem Modell nicht abgelehnt. **Wir akzeptieren deshalb das Modell 'Walthall m.S.m.' als Modell der BRDF dieser Proben.**

Die beiden Proben 'Aluminium' und 'Schwarze Dachpappe' werden durch das Modell ' $Y_l^m(l \leq 2)$ m.S.m.' am Besten beschrieben. Diese beiden Proben werden aber im Folgenden nicht weiter ausgewertet, da sie mit einem sehr großen Fehler behaftet sind (siehe Tabelle 3.2). Die Probe 'Kresse' erhält den niedrigsten Wert für  $M$  beim Modell 'Polynome m.S.m.'. Der  $\chi^2$  Test lehnt jedoch dieses Modell auch ab. Die Probe Kresse wird deshalb im Folgenden ebenfalls nicht weiter ausgewertet. Mögliche Gründe für das Scheitern der Anpassung sind:

1. Die Oberfläche der Kresse ist nicht rotationssymmetrisch. In diesem Fall ist es nicht möglich, statt der Azimutwinkel  $\phi_i$  und  $\phi_r$  nur den relativen Azimut  $\nu$  zu betrachten.
2. Da es sich bei der Kresse um eine Pflanze handelt, könnten Alterungserscheinungen eine Rolle spielen. Die Kresse wurde 3 Tage lang benutzt, danach wurde sie durch neue Kresse ersetzt. Entweder veränderte sich die Kresse innerhalb der 3 Tage, oder die verschiedenen Kresse-Proben waren so unterschiedlich, daß auch ihre BRDF unterschiedlich war.
3. Möglicherweise hat die Kresse eine sehr komplizierte BRDF, so daß die benutzten Modelle nicht genügend Freiheitsgrade besitzen.

## 5.4 Ergebnisse der Anpassung des Modells 'Walthall m.S.m.'

Bei allen Abbildungen in dieser Arbeit ist das Hauptanliegen, die Variabilität der BRDF für *eine bestimmte Probe* in Abhängigkeit von Parametern (Winkel oder Wellenlänge) darzustellen. Deshalb wurde der Maßstab jeweils so gewählt, daß die Bildfläche maximal ausgenutzt wurde. Dies führt jedoch meist zu einer Verschlechterung der Vergleichbarkeit der Abbildungen *zweier verschiedener Proben*, da der Betrachter die Zahlenangaben an den Achsen beachten muß und sich nicht auf den optischen Eindruck verlassen kann.

Da das Modell 'Walthall m.S.m.' dem Helmholtz'schen Reziprozitätstheorem genügt, kann man bei allen graphischen Darstellungen des Modells die Winkel  $\theta_i$  und  $\theta_r$  vertauschen. D.h., daß z.B. eine Abbildung der BRDF in Abhängigkeit von  $\theta_r$  und  $\nu$  bei  $\theta_i = 25^\circ$  die gleiche Form hat wie eine Abbildung der BRDF in Abhängigkeit von  $\theta_i$  und  $\nu$  bei  $\theta_r = 25^\circ$ .

### 5.4.1 Darstellungen der spektralen Abhängigkeiten

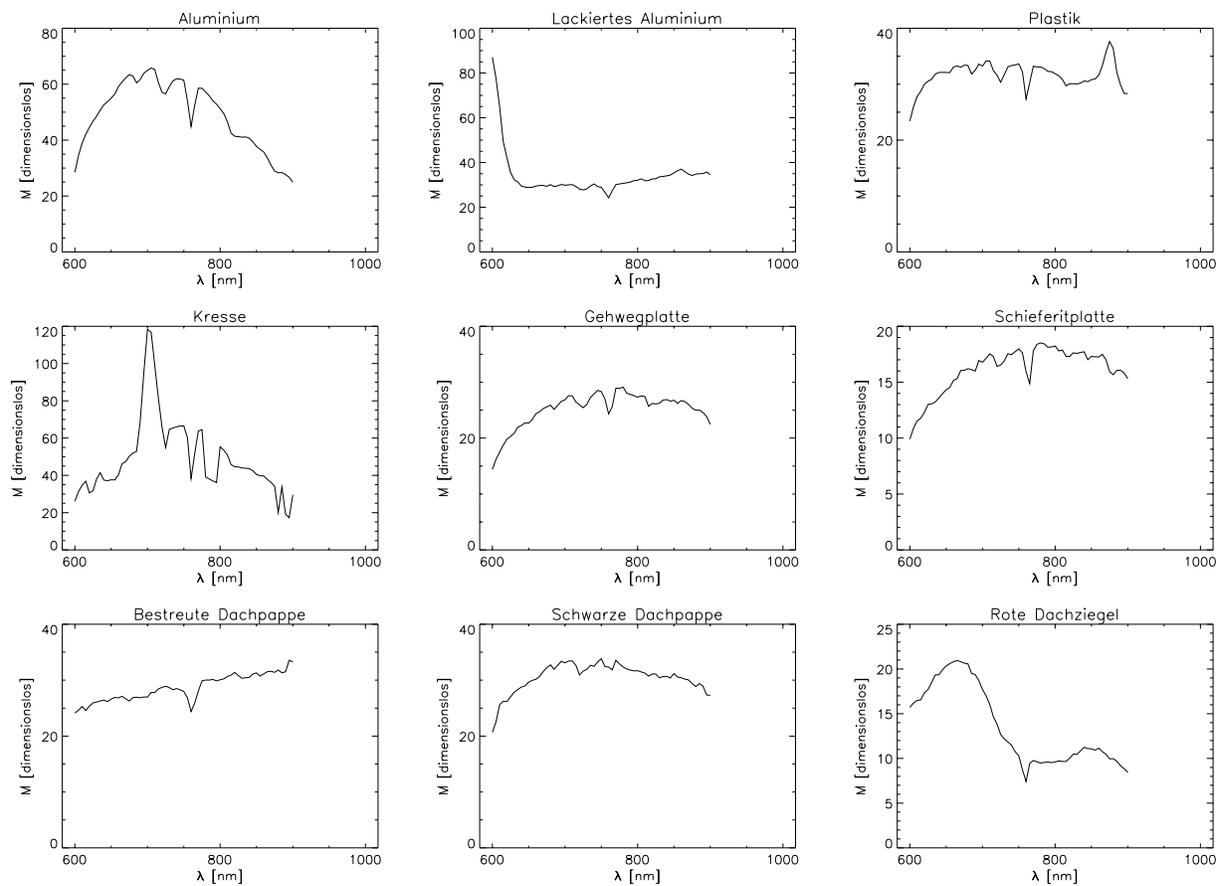
Die Abbildung 5.2 zeigt die Werte des  $\chi^2$  Tests für die Proben nach der Anpassung des jeweiligen Modells in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Mit Ausnahme der Probe 'Lackiertes Aluminium' im Bereich  $\lambda = 600$  nm werden die Meßdaten aller Proben, die mit dem Modell 'Walthall m.S.m.' modelliert werden, durch den  $\chi^2$  Test nicht abgelehnt. Die starken Maxima der Kresse (bei  $\lambda = 700$  nm) und des 'Lackierten Aluminiums' (bei  $\lambda = 600$  nm) befinden sich bei Wellenlängen, bei denen sich auch die BRDF stark ändert (Vegetationsflanke bei der 'Kresse', zum 'Lackierten Aluminium' siehe Anstieg des Koeffizienten  $a_0$  in Abbildung 5.3 auf Seite 60).

In den Abbildungen 5.3 bis 5.8 werden die 7 Koeffizienten der Funktion 'Walthall m.S.m.' für die jeweilige Probe dargestellt. Zur Berechnung und Diskussion des angegebenen Fehlers siehe Kapitel 5.4.5. Es fällt auf, daß die Wellenlängenabhängigkeit der Koeffizienten des Spiegelungsterms ( $a_4$ ,  $a_5$  und  $a_6$ ) meist linear ist, häufig sind diese Koeffizienten sogar unabhängig von der Wellenlänge. Die nach dem Rayleigh-Kriterium über glatte Flächen (siehe Kapitel 5.2.2) vorhergesagte Zunahme des Spiegelungsmaximums mit der Wellenlänge kann nicht bestätigt werden. Der Koeffizient  $a_4$ , der die Amplitude des Spiegelungsmaximums modelliert, ist meist als konstant anzusehen, im Falle der Probe 'Plastik' sinkt er sogar bei zunehmender Wellenlänge.

Die Koeffizienten  $a_0$  bis  $a_3$ , die die diffuse Komponente beschreiben, zeichnen sich dagegen durch eine starke Wellenlängenabhängigkeit aus.

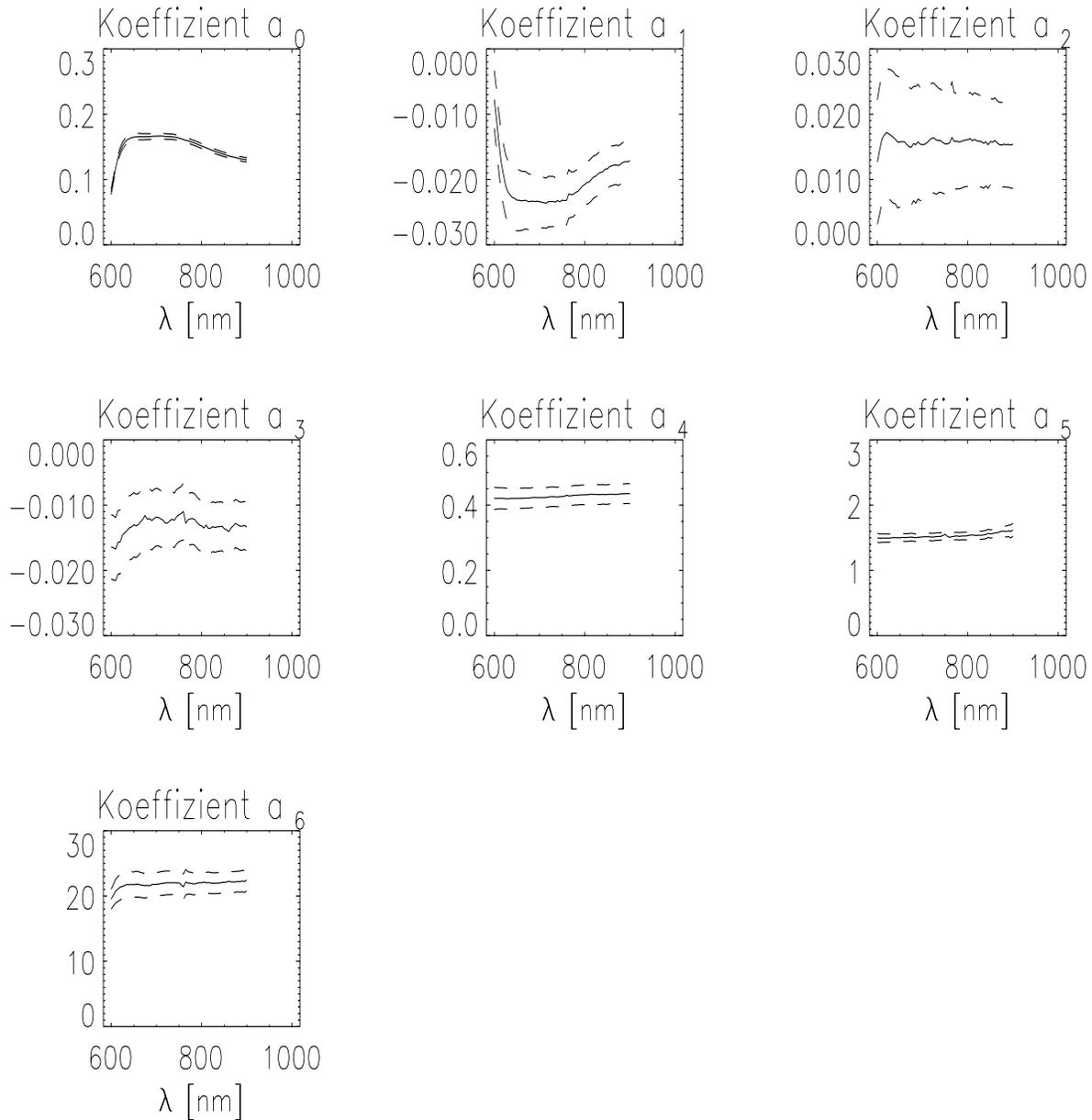
Bei 760 nm befindet sich häufig ein kleines, scharf abgegrenztes Maximum oder Minimum. An dieser Stelle befindet sich ein starkes Absorptionsband in der Atmosphäre, die sogenannte O<sub>2</sub>A-Bande (genaue Informationen zur O<sub>2</sub>A-Bande befinden sich in (Kollewe 1993)). Aufgrund der niedrigen Intensität in diesem Wellenlängenbereich ist die Bestimmung der BRDF in diesem Bereich etwas unsicher.

Die genauen Zahlenwerte der angepaßten Koeffizienten aller Proben sind den Tabellen A.13 bis A.18 auf den Seiten 108 bis 113 im Anhang zu entnehmen.

Abbildung 5.2: Die Testgröße  $M$  in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$ 

Für die Probe 'Kresse' wurde das Modell 'Polynome m.S.m.' angepaßt, für die Proben 'Aluminium' und 'Schwarze Dachpappe' das Modell ' $Y_l^{m,l} \leq 2$ ', für alle übrigen Proben wurde das Modell 'Walthall m.S.m.' angepaßt.

Abbildung 5.3: Die Koeffizienten  $a_i$  des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Lackiertes Aluminium'

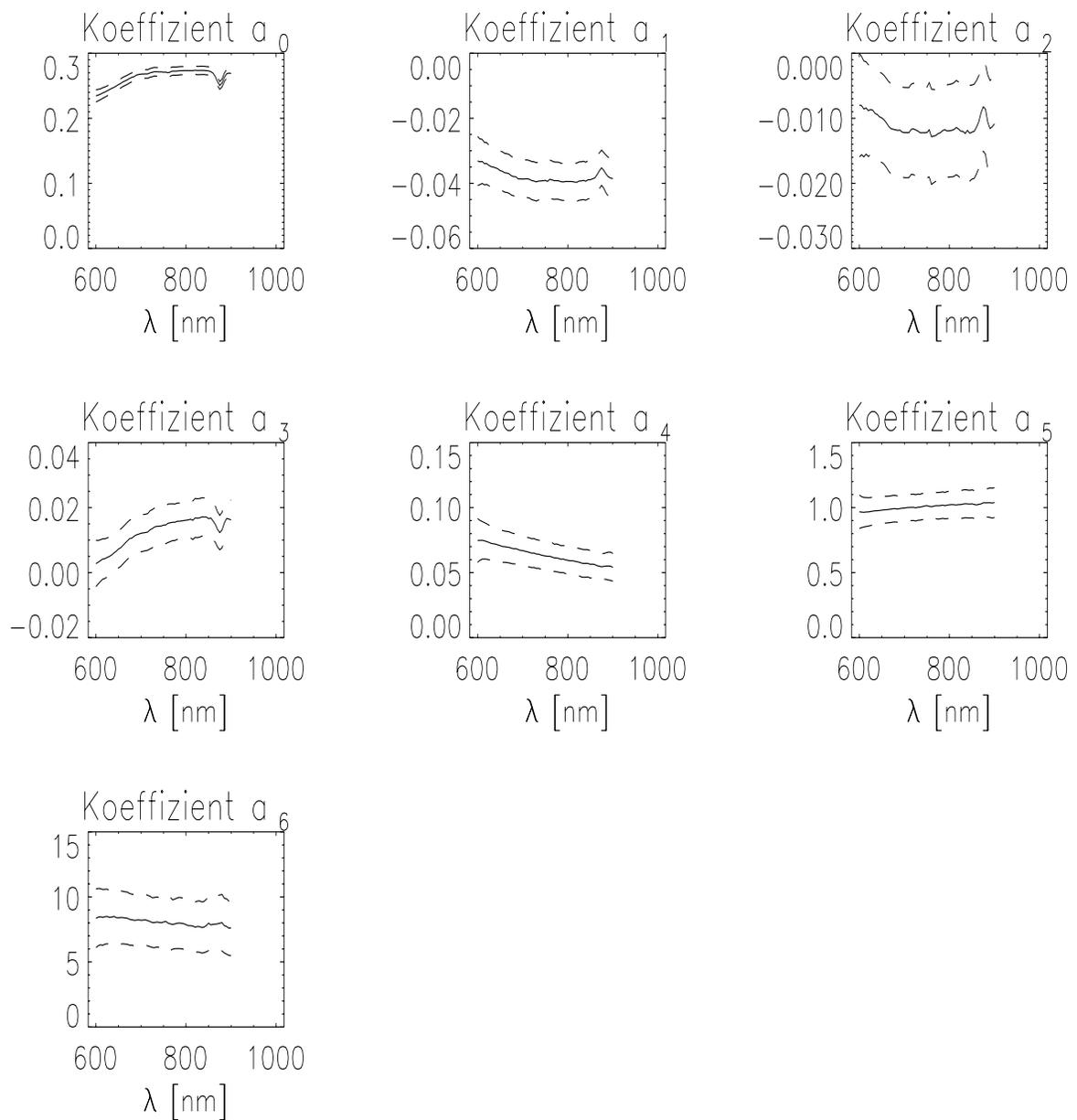


Durchgezogene Linie: Werte der Koeffizienten

Gestrichelte Linie: Fehler der Koeffizienten

Modell 'Walthall m.S.m.':

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

**Abbildung 5.4:** Die Koeffizienten  $a_i$  des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Plastik'

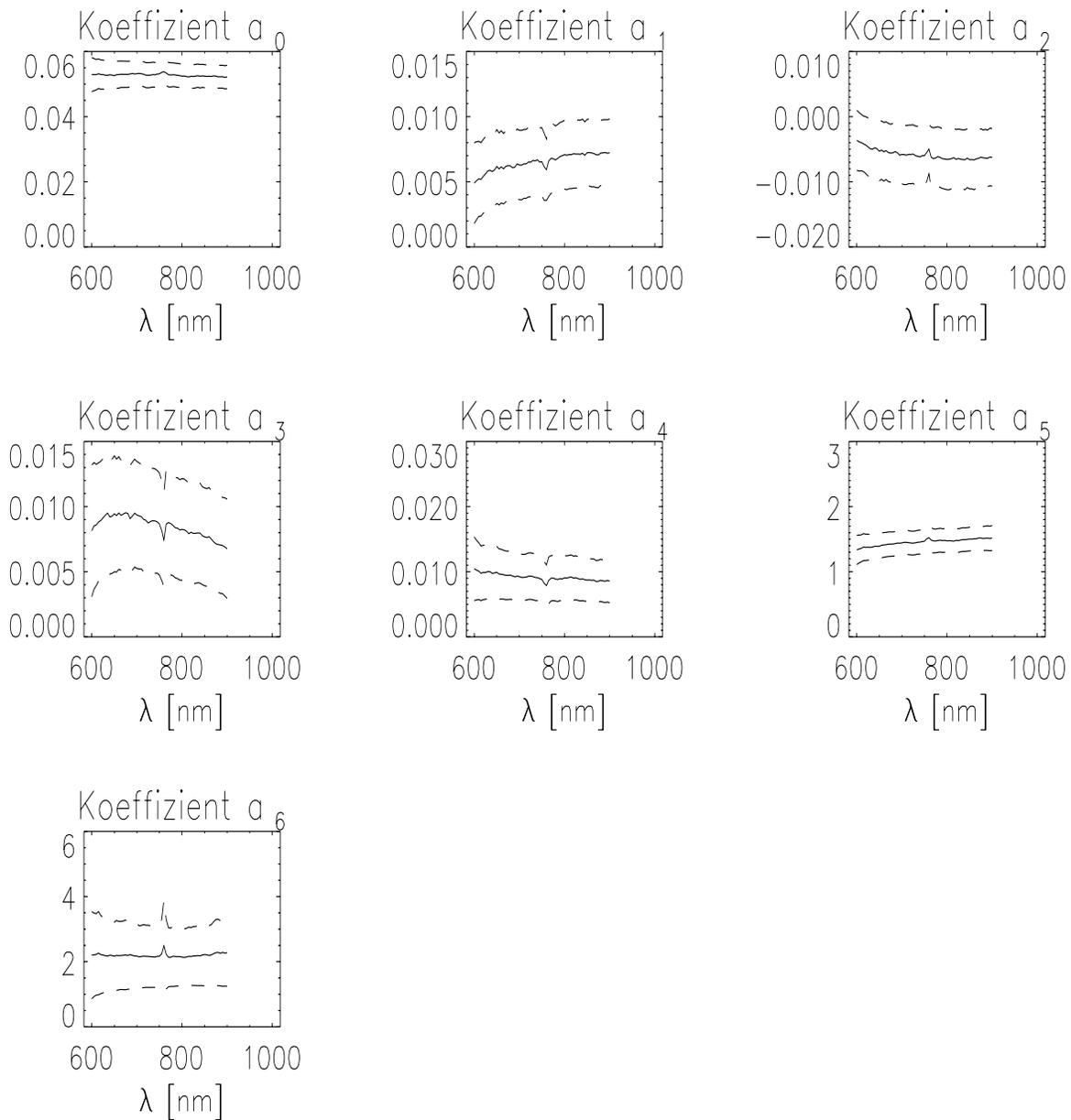
Durchgezogene Linie: Werte der Koeffizienten

Gestrichelte Linie: Fehler der Koeffizienten

Modell 'Walthall m.S.m.':

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

**Abbildung 5.5:** Die Koeffizienten  $a_i$  des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Gehwegplatte'

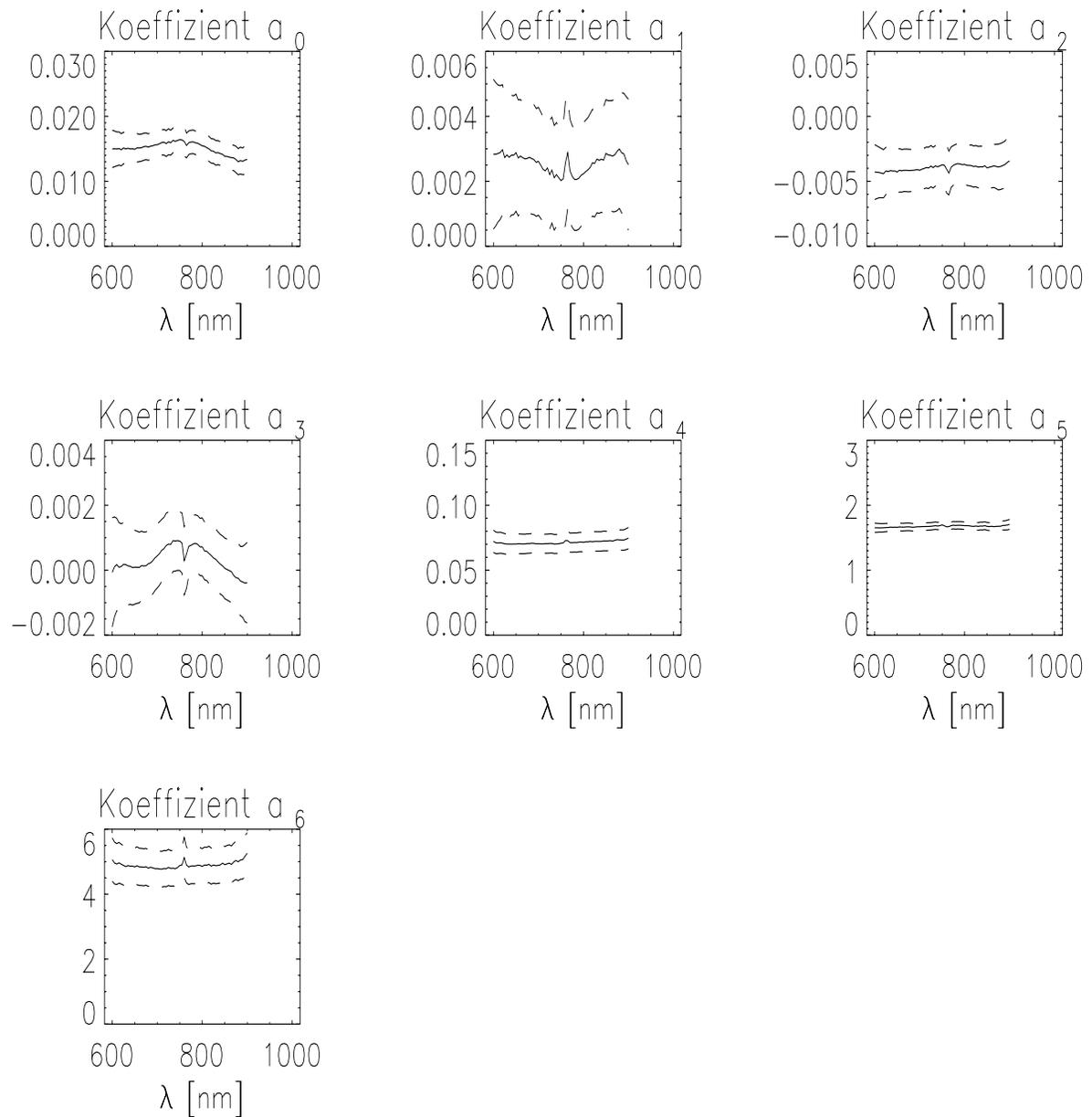


*Durchgezogene Linie:* Werte der Koeffizienten

*Gestrichelte Linie:* Fehler der Koeffizienten

Modell 'Walthall m.S.m.':

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

**Abbildung 5.6:** Die Koeffizienten  $a_i$  des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Schieferitplatte'

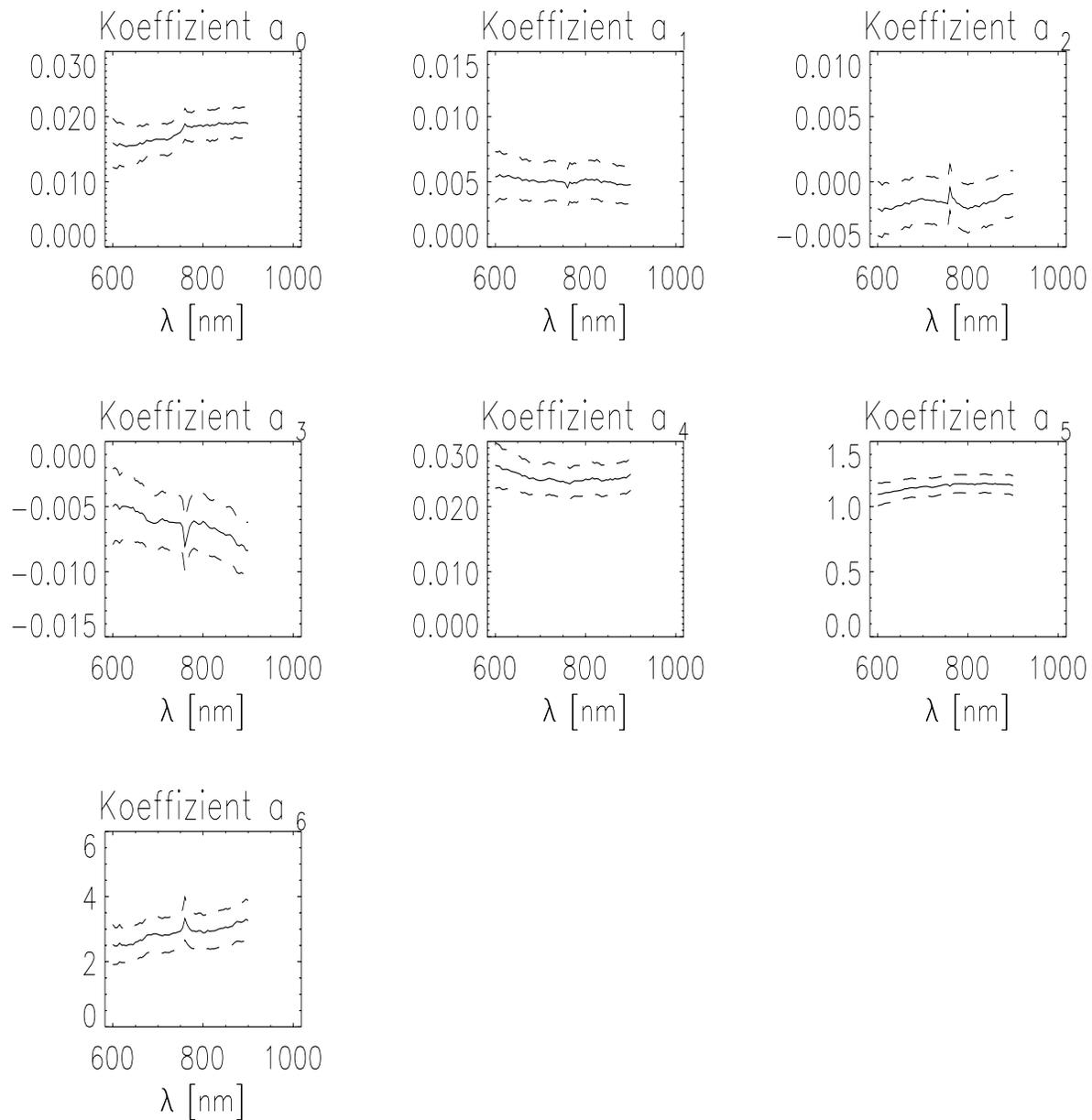
Durchgezogene Linie: Werte der Koeffizienten

Gestrichelte Linie: Fehler der Koeffizienten

Modell 'Walthall m.S.m.':

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

Abbildung 5.7: Die Koeffizienten  $a_i$  des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Bestreute Dachpappe'

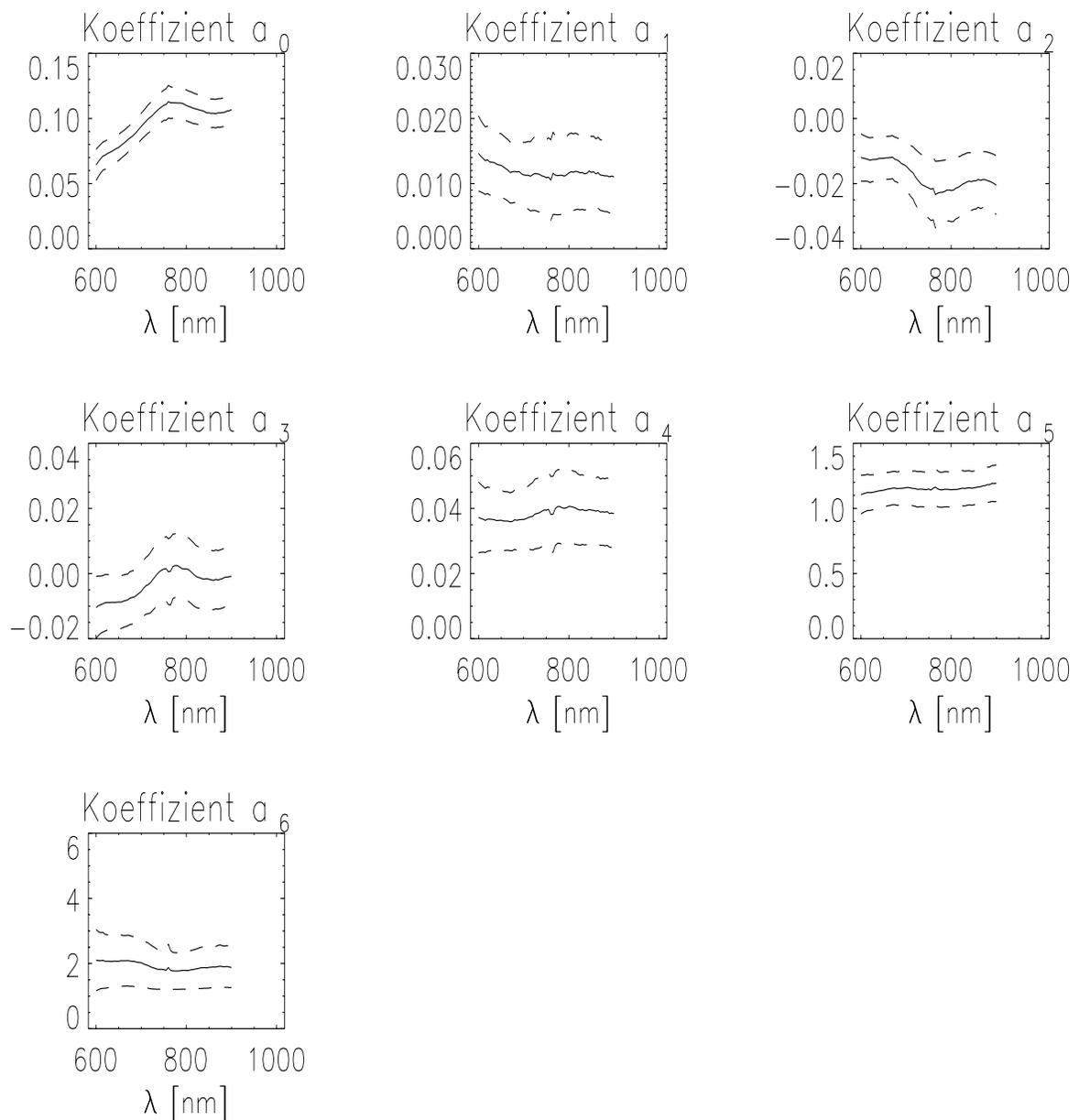


Durchgezogene Linie: Werte der Koeffizienten

Gestrichelte Linie: Fehler der Koeffizienten

Modell 'Walthall m.S.m.':

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

**Abbildung 5.8:** Die Koeffizienten  $a_i$  des Modells 'Walthall m.S.m.' der Probe 'Rote Dachziegel'

Durchgezogene Linie: Werte der Koeffizienten

Gestrichelte Linie: Fehler der Koeffizienten

Modell 'Walthall m.S.m.':

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

### 5.4.2 Die spiegelnde Komponente

Integriert man die BRDF über alle Reflexionswinkel, so erhält man die Albedo in Abhängigkeit vom Einfallswinkel:

$$\rho(\theta_i) = \int_{\Omega} f_r(\theta_i, \nu, \theta_r) d\Omega = 2 \cdot \int_{\nu=0}^{\nu=\pi} \int_{\theta_r=0}^{\theta_r=\frac{\pi}{2}} f_r(\theta_i, \nu, \theta_r) \cdot \sin \theta_r \cdot \cos \theta_r \cdot d\theta_r d\nu \quad (5.18)$$

Im Modell 'Walthall m.S.m.' wird die spiegelnde Komponente durch die Koeffizienten  $a_4$ ,  $a_5$  und  $a_6$  modelliert. Setzt man die übrigen Koeffizienten gleich null, so kann man über Gleichung 5.18 die Albedo  $\rho_{\text{Spieg.}}$  berechnen, die durch die spiegelnde Komponente verursacht wird. In Tabelle 5.3 werden die Albedo und der Anteil der spiegelnden Komponente für  $\theta_i = 0^\circ$  und  $\theta_i = 50^\circ$  angegeben.  $\rho_{\text{Spieg.}}$  nimmt Werte von 0.009 bei der Probe 'Gehwegplatte' bis 0.096 bei der Probe 'Lackiertes Aluminium' an. Der Anteil von  $\rho_{\text{Spieg.}}$  an der gesamten Albedo schwankt von 3 % bei der Probe 'Plastik' bis zu 54 % bei der Probe 'Schieferitplatte'.

**Tabelle 5.3:** Albedo  $\rho(\theta_i)$  der Proben bei  $\lambda = 750 \text{ nm}$  und Anteil des Spiegelungsmaximums

Probe	$\theta_i$	$\rho(\theta_i)$	$\rho_{\text{Spieg.}}(\theta_i)$	$\frac{\rho_{\text{Spieg.}}}{\rho}$
Lackiertes Aluminium	$0^\circ$	0.519	0.059	0.11
Lackiertes Aluminium	$50^\circ$	0.528	0.096	0.18
Plastik	$0^\circ$	0.784	0.023	0.03
Plastik	$50^\circ$	0.673	0.026	0.04
Gehwegplatte	$0^\circ$	0.191	0.009	0.05
Gehwegplatte	$50^\circ$	0.203	0.014	0.07
Schieferitplatte	$0^\circ$	0.096	0.040	0.41
Schieferitplatte	$50^\circ$	0.131	0.071	0.54
Bestreute Dachpappe	$0^\circ$	0.087	0.021	0.23
Bestreute Dachpappe	$50^\circ$	0.103	0.025	0.25
Rote Dachziegel	$0^\circ$	0.419	0.048	0.11
Rote Dachziegel	$50^\circ$	0.424	0.059	0.14

Der Spiegelungsterm besitzt die Form  $a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$ , bei konstanten Zenitwinkeln  $\theta_i$  und  $\theta_r$  hat er die Form einer Gaußschen Glockenkurve. Man kann aus dem Koeffizienten  $a_6$  die Größe berechnen, die der Breite einer Gaußkurve entspricht. Die Gaußsche Glockenkurve wird allgemein in der Form

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma} e^{-\frac{x^2}{2\gamma^2}} \quad (5.19)$$

angegeben, wobei in der Literatur üblicherweise der Buchstabe  $\sigma$  an Stelle von  $\gamma$  verwendet wird. Um in dieser Arbeit eine einheitliche Notation zu erreichen wird aber auch in diesem Abschnitt der Buchstabe  $\sigma$  nur für den Fehler verwendet. Ein Vergleich der beiden Exponentialterme ergibt

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2a_6}} \quad (5.20)$$

Die Tabelle 5.4 zeigt die Breiten der Spiegelungsmaxima für  $\lambda = 750 \text{ nm}$ . Sie schwanken zwischen  $8.6^\circ \pm 0.3^\circ$  für die Probe 'Lackiertes Aluminium' und  $30^\circ \pm 5^\circ$  für die Probe 'Rote Dachziegel'.

### 5.4.3 Variabilität der diffusen Komponente

Berücksichtigt man nur die Koeffizienten  $a_0$  bis  $a_3$  und setzt die Koeffizienten  $a_4$  bis  $a_6$  gleich Null, so erhält man die diffuse Komponente. Sie ist in den Abbildungen 5.21 bis 5.31 auf den Seiten 75 bis 80 für die

**Tabelle 5.4:** Breite des Spiegelungsmaximums bei  $\lambda = 750 \text{ nm}$ 

Probe	$\gamma$	$\sigma_\gamma$
Lackiertes Aluminium	$8.6^\circ$	$0.3^\circ$
Plastik	$14.3^\circ$	$1.7^\circ$
Gehwegplatte	$27.5^\circ$	$6.1^\circ$
Schieferitplatte	$18.3^\circ$	$1.0^\circ$
Bestreute Dachpappe	$23.7^\circ$	$2.2^\circ$
Rote Dachziegel	$30.1^\circ$	$4.9^\circ$

$\gamma$  entspricht der Breite der Gaußschen Glockenkurve und wurde berechnet durch  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{2a_6}}$

Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$  dargestellt, das Kapitel 5.4.1 enthält Abbildungen zur Wellenlängenabhängigkeit der Koeffizienten. Man sieht, daß eine für alle Proben anwendbare Systematik im Verhalten der diffusen Komponente weder im spektralen Verlauf noch in der Winkelabhängigkeit existiert.

Die Tabelle 5.5 dient zur Einschätzung der Stärke der winkelabhängigen Abweichungen der BRDF der Proben von einem Lambert-Strahler. In ihr wird für jede Probe bei  $\theta_i = 25^\circ$  bzw.  $\theta_i = 75^\circ$  der Quotient der BRDF von  $(\nu = 90^\circ, \theta_r = 25^\circ)$  bzw.  $(\nu = 0^\circ, \theta_r = 50^\circ)$  mit  $\theta_r = 0^\circ$  angegeben. (In der letzten Zeile der letzten Spalte der Tabelle steht also der Quotient  $\frac{f_r(\theta_i=75^\circ, \nu=0^\circ, \theta_r=50^\circ)}{f_r(\theta_i=75^\circ, \nu \text{ unbestimmt}, \theta_r=0^\circ)}$ . In der letzten Spalte ergeben sich Quotienten von 0.79 bis 1.14. In der vorletzten Spalte sind die Schwankungen deutlich kleiner, da die Winkelkombination  $\nu = 90^\circ, \theta_r = 25^\circ$  'näher' bei  $\theta_r = 0^\circ$  liegt als die Winkelkombination  $\nu = 0^\circ, \theta_r = 50^\circ$ .

Die winkelabhängigen Schwankungen hängen also stark von den betrachteten Winkelkombinationen ab. In dem Beispiel aus Tabelle 5.5 ergeben sich Änderungen von maximal ca. 5 % in der ersten Spalte und maximal ca. 20 % in der zweiten Spalte.

**Tabelle 5.5:** Beispiele für die winkelabhängige Variabilität der diffusen Komponente der BRDF der Proben bei  $\lambda = 750 \text{ nm}$ 

In dieser Tabelle werden beispielhaft Quotienten aus BRDF-Werten  $f_r$  der diffusen Komponente, berechnet nach dem 'Walthall'-Modell, aufgeführt. Es wurde der BRDF-Wert bei der jeweils angegebenen Winkelkombination durch den BRDF-Wert bei gleichem Einfallswinkel  $\theta_i$ , aber bei  $\theta_r = 0^\circ$  geteilt.

Probe	$\theta_i$	$\frac{f_r(\theta_i, \nu=90^\circ, \theta_r=25^\circ)}{f_r(\theta_i, \nu \text{ unbestimmt}, \theta_r=0^\circ)}$	$\frac{f_r(\theta_i, \nu=0^\circ, \theta_r=50^\circ)}{f_r(\theta_i, \nu \text{ unbestimmt}, \theta_r=0^\circ)}$
Lackiertes Aluminium	$25^\circ$	0.98	0.86
Lackiertes Aluminium	$75^\circ$	1.01	0.91
Plastik	$25^\circ$	0.97	0.90
Plastik	$75^\circ$	0.94	0.86
Gehwegplatte	$25^\circ$	1.02	1.14
Gehwegplatte	$75^\circ$	0.99	1.11
Schieferitplatte	$25^\circ$	1.01	1.08
Schieferitplatte	$75^\circ$	0.96	0.88
Bestreute Dachpappe	$25^\circ$	1.05	1.06
Bestreute Dachpappe	$75^\circ$	1.01	0.79
Rote Dachziegel	$25^\circ$	1.01	1.05
Rote Dachziegel	$75^\circ$	0.96	0.86

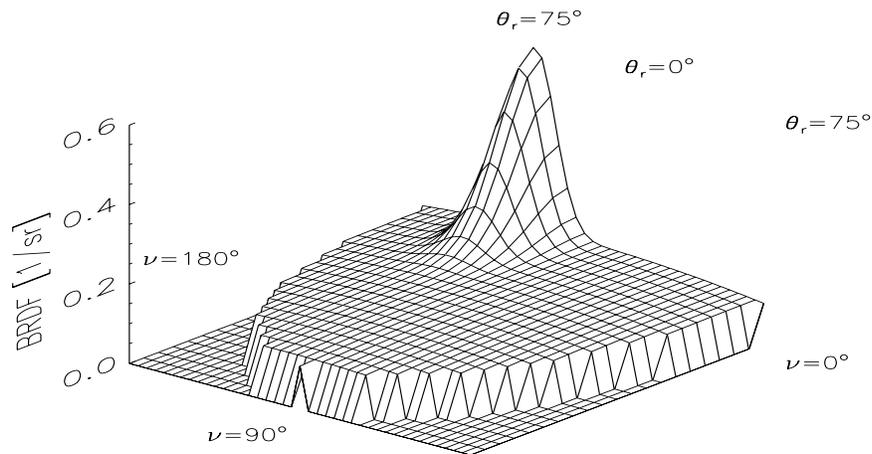
#### 5.4.4 Dreidimensionale Darstellungen der BRDF

Auf den Seiten 69 bis 74 werden die angepaßten Funktionen in dreidimensionalen Grafiken für  $\lambda = 850$  nm dargestellt. Grafik 4.4.2 auf Seite 40 beschreibt die Darstellungsart. Bei diesen Abbildungen sieht man besonders deutlich die unterschiedliche Stärke der Spiegelungsmaxima der Proben (größtes Spiegelungsmaximum: 'Lackiertes Aluminium', kleinste Spiegelungsmaxima: 'Gehwegplatte' und 'Bestreute Dachpappe'). **Bei allen Proben erhöht sich bei hohen Zenitwinkeln die Stärke des Spiegelungsmaximums deutlich** (am stärksten bei der 'Schieferitplatte', am schwächsten beim 'Plastik'). Dies steht im Einklang mit dem in Kapitel 5.2.2 erläuterten Rayleigh-Kriterium. Durch die Abbildungen erhält man einen Eindruck von der Breite des Spiegelungsmaximums.

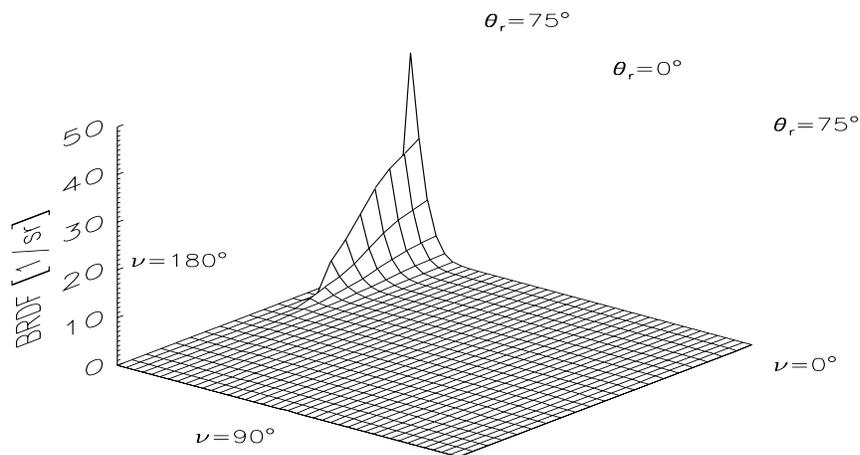
Da die spiegelnde Komponente meist so groß ist, daß eine Beurteilung der diffusen Komponente in diesen Abbildungen nicht möglich ist, wird die diffuse Komponente auf den Seiten 75 bis 80 separat dargestellt. Die diffuse Komponente ist bei keiner Probe lambertsch. **Eine Systematik ist in der Variabilität der BRDF nicht zu erkennen:** bei manchen Proben steigt die BRDF bei hohen Reflexionszenitwinkeln  $\theta_r$ , bei anderen fällt sie. Es ist sogar so, daß bei einigen Proben (besonders deutlich bei der 'Schieferitplatte') bei kleinem Einfallswinkel  $\theta_i$  die BRDF mit hohen Reflexionszenitwinkeln ansteigt, während die BRDF bei großem Einfallswinkel mit hohen Reflexionszenitwinkeln sinkt. Auch eine verstärkte diffuse Streuung in Vorwärts- bzw Rückwärtsrichtung ist bei einigen Proben zu beobachten. So tritt bei der Probe 'Bestreute Dachpappe' bei  $\theta_i = 75^\circ$  eine deutlich verstärkte Streuung in Vorwärtsrichtung auf, während bei der Probe 'Gehwegplatte' bei  $\theta_i = 75^\circ$  eine verstärkte Streuung in Rückwärtsrichtung zu bemerken ist.

Es wird in jedem Fall deutlich, daß die Funktion 'Walthall m.S.m.' in der Lage ist, eine große Vielfalt an verschiedenen BRDF zu modellieren.

**Abbildung 5.9:** Modellierte BRDF des 'Lackierten Aluminiums' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

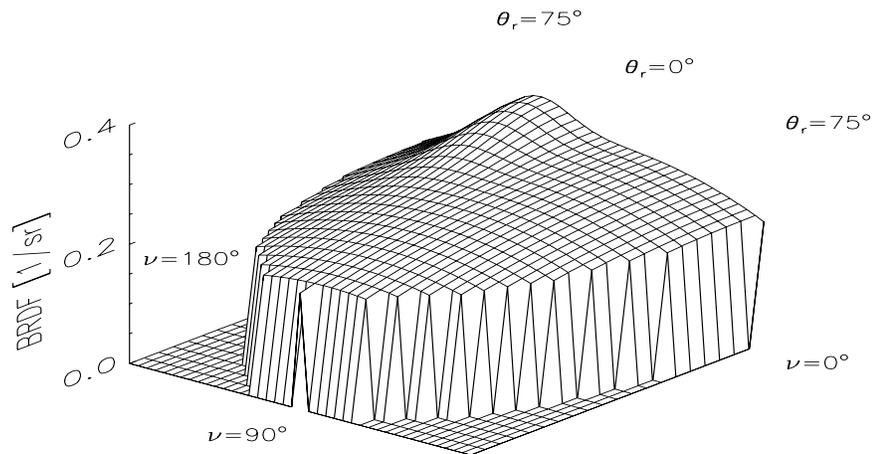


**Abbildung 5.10:** Modellierte BRDF des 'Lackierten Aluminiums' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

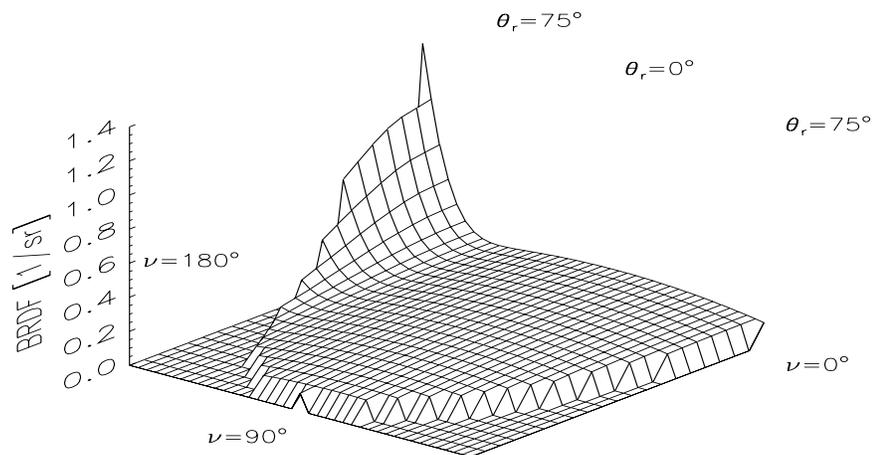


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.11:** Modellierte BRDF des 'Plastiks' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

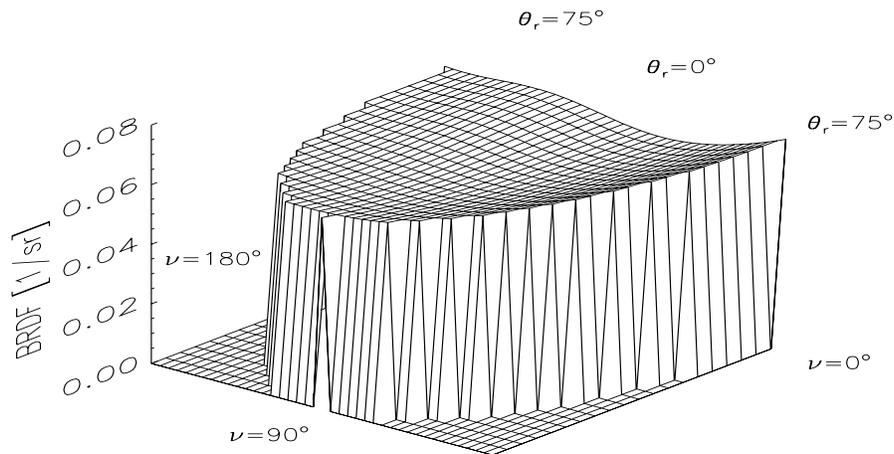


**Abbildung 5.12:** Modellierte BRDF des 'Plastiks' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

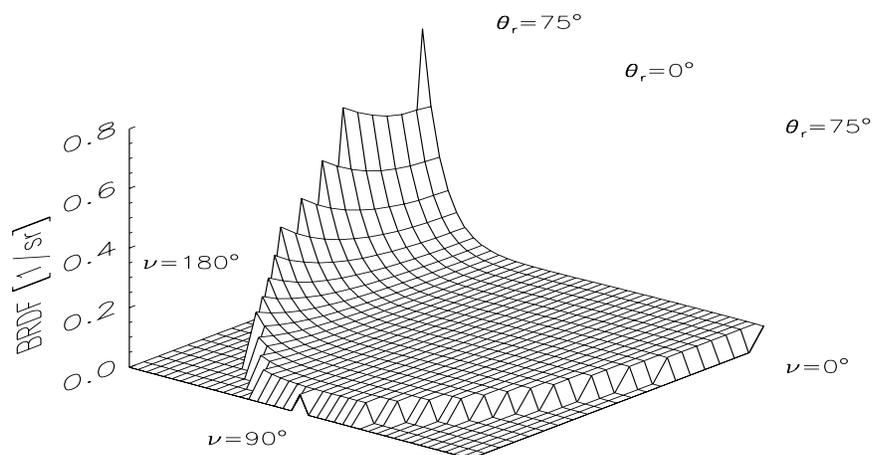


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.13:** Modellierte BRDF der 'Gehwegplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

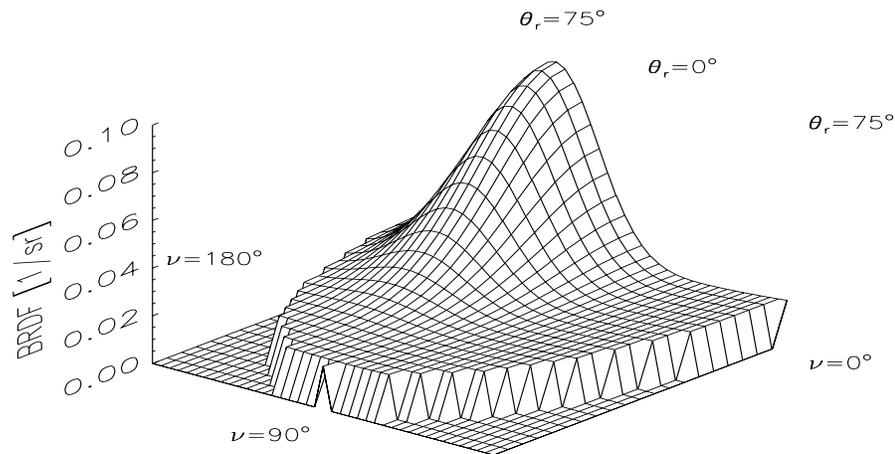


**Abbildung 5.14:** Modellierte BRDF der 'Gehwegplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

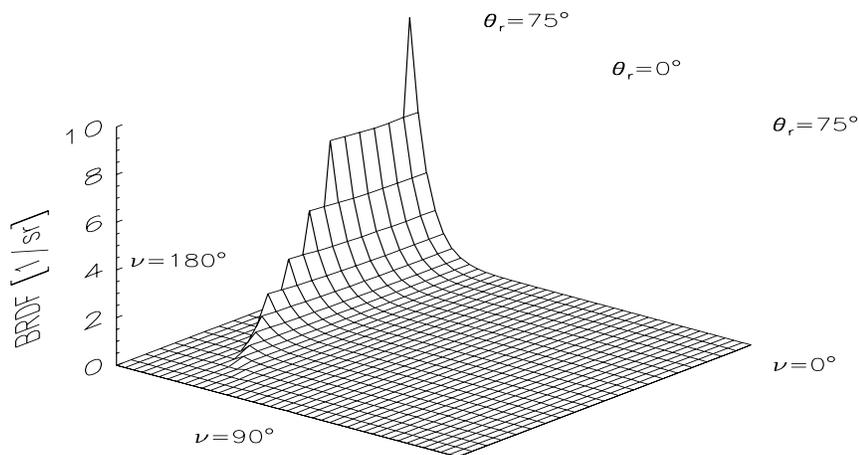


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.15:** Modellierter BRDF der 'Schieferitplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

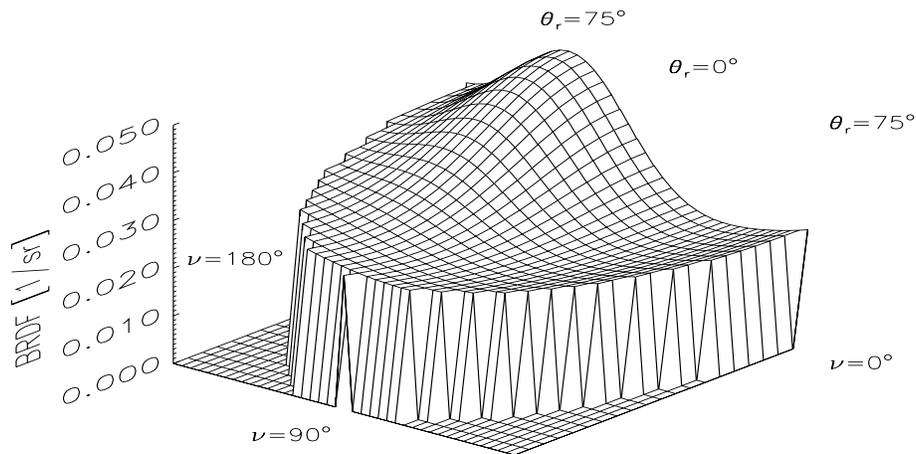


**Abbildung 5.16:** Modellierter BRDF der 'Schieferitplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

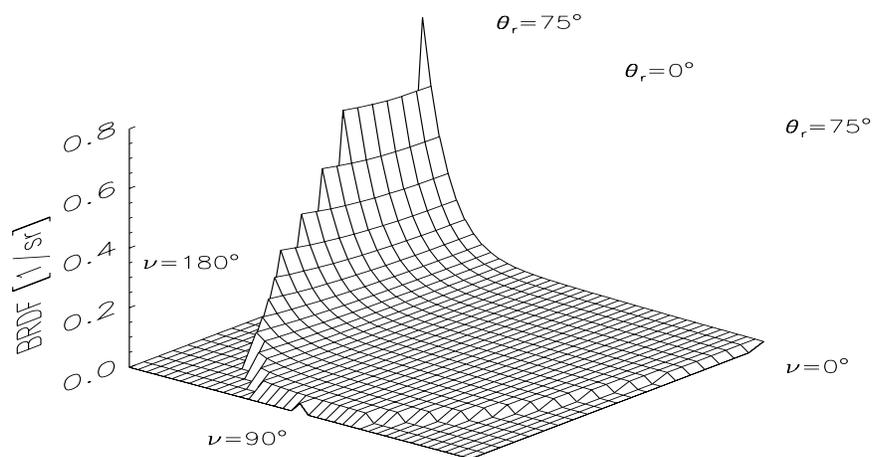


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.17:** Modellerte BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

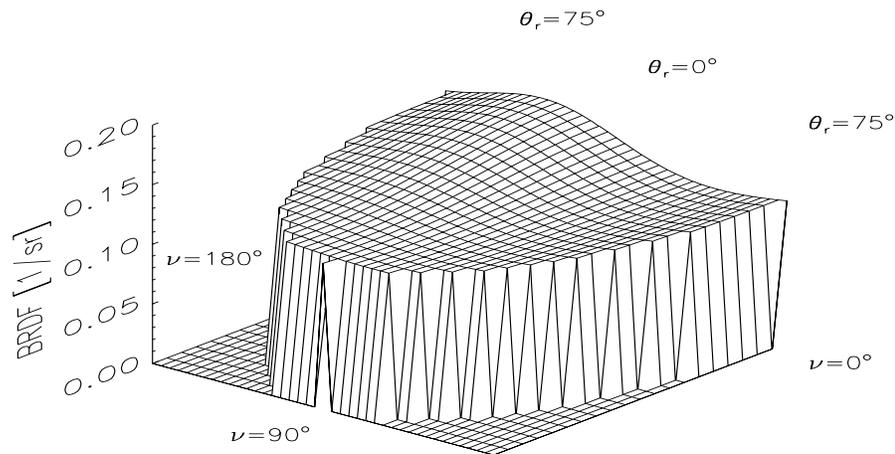


**Abbildung 5.18:** Modellerte BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

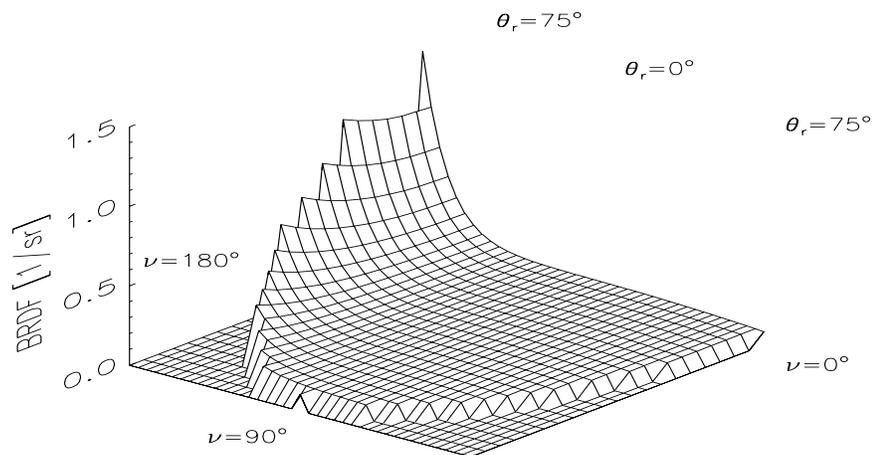


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.19:** Modellierter BRDF der 'Roten Dachziegel' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

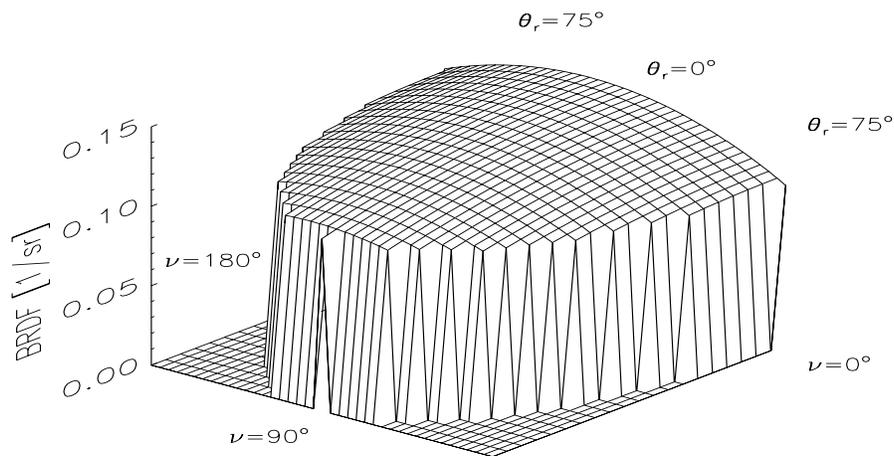


**Abbildung 5.20:** Modellierter BRDF der 'Roten Dachziegel' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

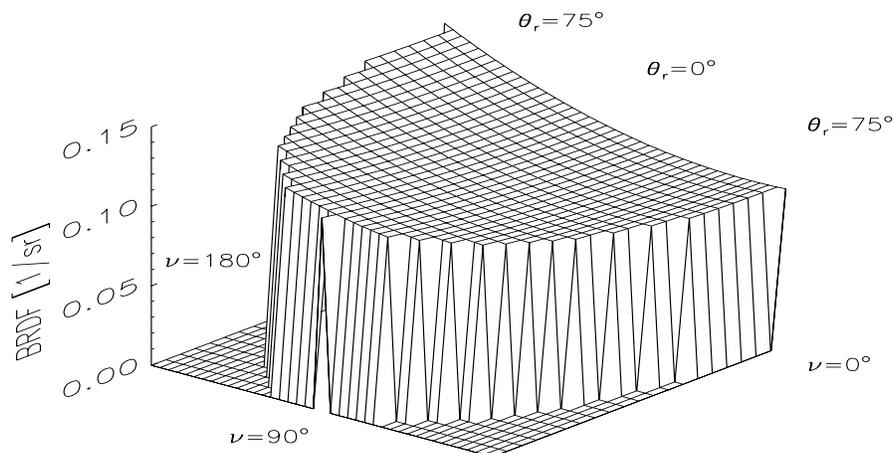


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.21:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Lackierten Aluminiums' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

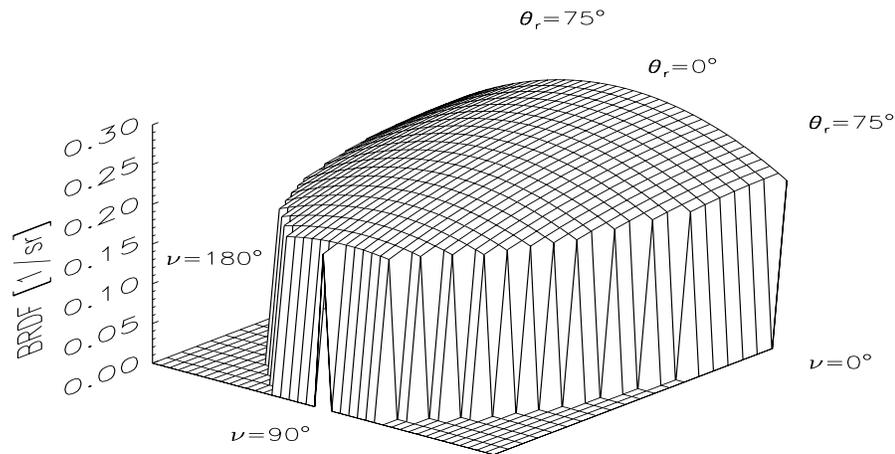


**Abbildung 5.22:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Lackierten Aluminiums' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

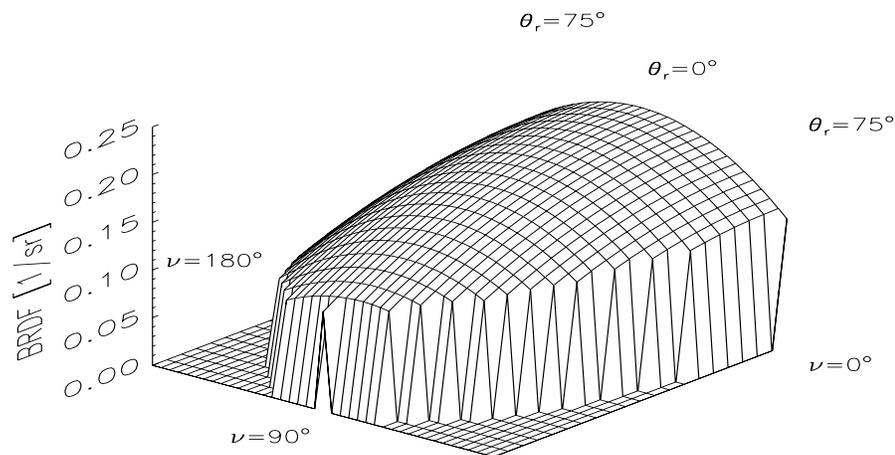


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.23:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Plastiks' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

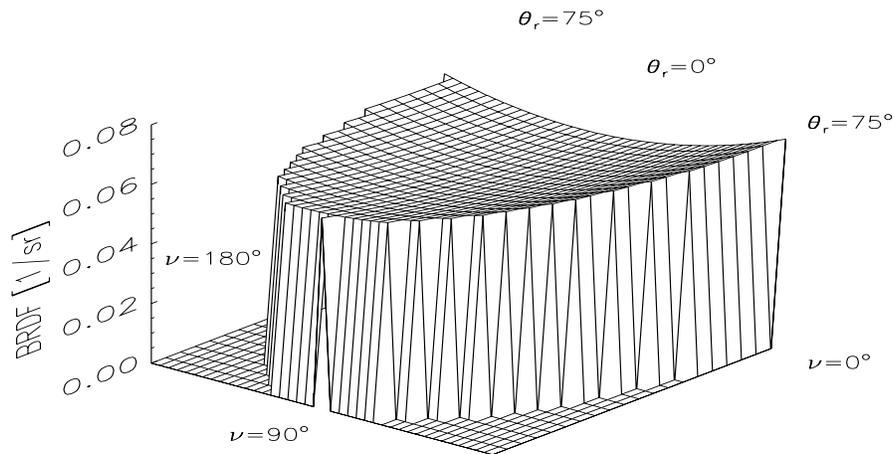


**Abbildung 5.24:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF des 'Plastiks' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

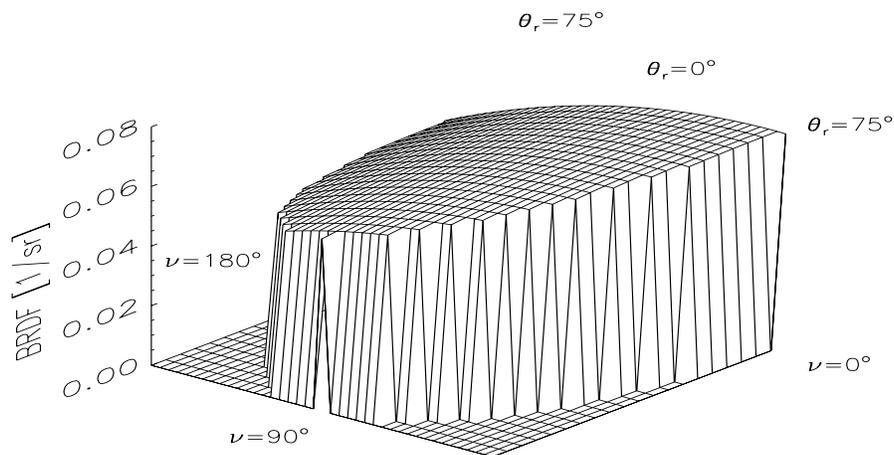


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.25:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Gehwegplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

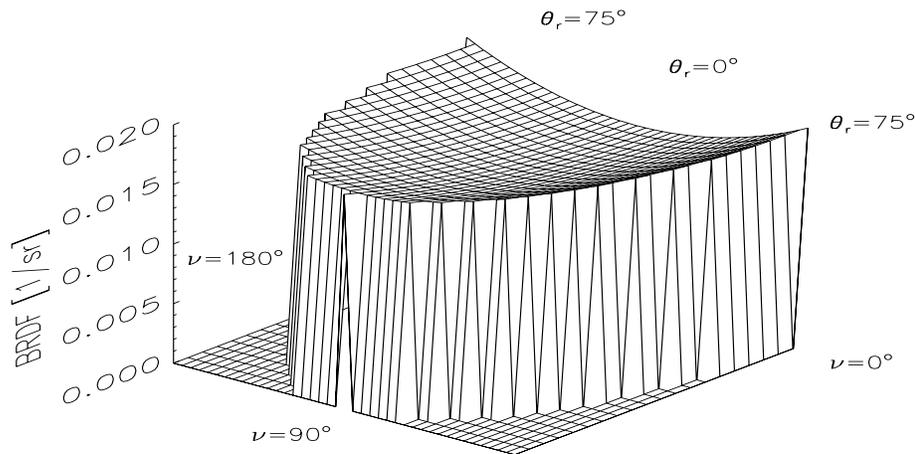


**Abbildung 5.26:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Gehwegplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

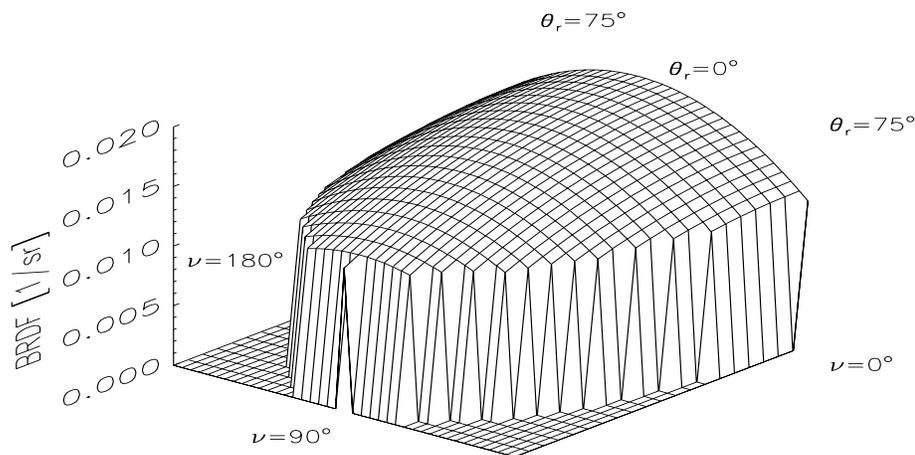


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.27:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Schieferitplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

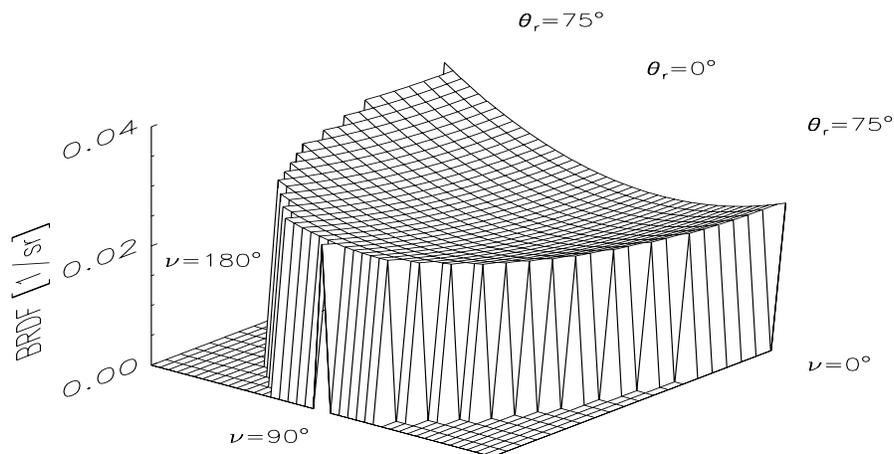


**Abbildung 5.28:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Schieferitplatte' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

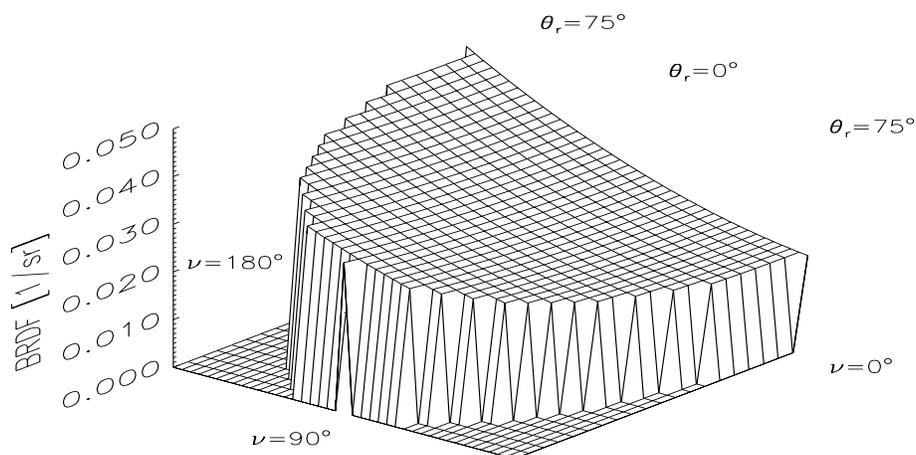


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.29:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

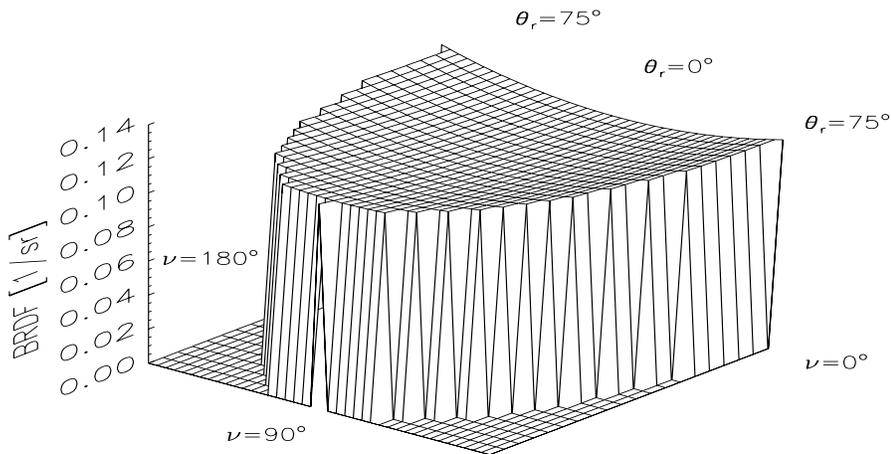


**Abbildung 5.30:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Bestreuten Dachpappe' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$

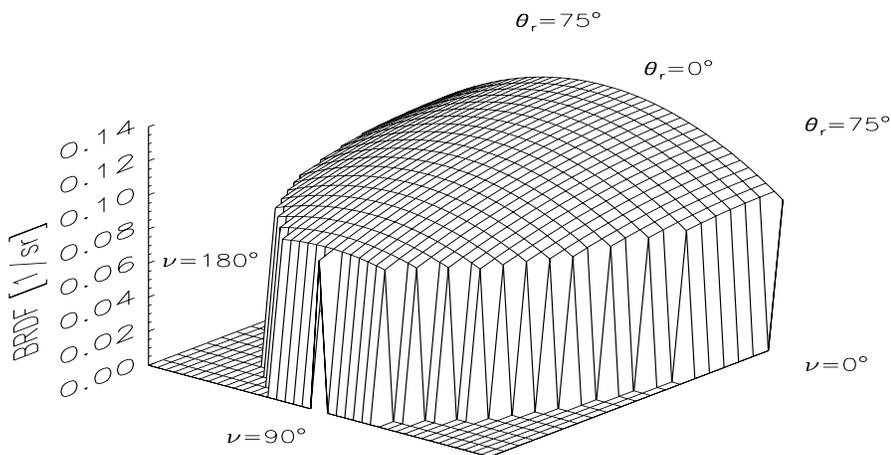


Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

**Abbildung 5.31:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Roten Dachziegel' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 25^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$



**Abbildung 5.32:** Diffuse Komponente der modellierten BRDF der 'Roten Dachziegel' bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 75^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 850 \text{ nm}$



Zur Erklärung der Achsen siehe Grafik 4.4.2 auf Seite 40.

### 5.4.5 Darstellung der Fehler

Eine Übersicht über die Größenordnung der Fehler der Meßwerte wurde bereits in Tabelle 3.2 auf Seite 31 gegeben. Die Fehler der angepaßten Funktion werden nach dem gleichen Verfahren berechnet, wie es in Kapitel 4.4.3 vorgestellt wurde. Im Gegensatz zu den Labormessungen am Spectralon schwanken die Werte der Kovarianzmatrix wellenlängenabhängig jedoch so stark, daß die Angabe einer einzigen Kovarianzmatrix, die für die Fehlerrechnung aller Wellenlängen benutzbar wäre, nicht sinnvoll ist. Eine Systematik in den Schwankungen konnte ich nicht feststellen, außer daß die Fehler häufig mit zunehmender Wellenlänge abnehmen. Die Darstellung der Fehler beschränkt sich deshalb auf die Wellenlänge  $\lambda = 750 \text{ nm}$ . Aufgrund von stichprobenartigen Berechnungen schätze ich die spektralen Schwankungen des Fehlers auf bis zu 50 % des Gesamtfehlers der angepaßten BRDF der Proben.

Im Anhang, Abschnitt A.8 auf Seite 114 befinden sich die Kovarianzmatrizen der Koeffizienten der Proben, bei denen die Anpassung des Modells 'Walthall m.S.m.' erfolgreich war. Betrachtet man die Wurzeln der Diagonalelemente der Kovarianzmatrix als Fehler der Koeffizienten, so ergibt sich Tabelle 5.6. Falls die Beiträge eines Koeffizienten zur BRDF sehr klein sind, ergeben sich sehr hohe prozentuale Fehler (von zum Teil über 100 %). In diesen Fällen wird der jeweilige Term zur Modellierung der BRDF nicht benötigt.

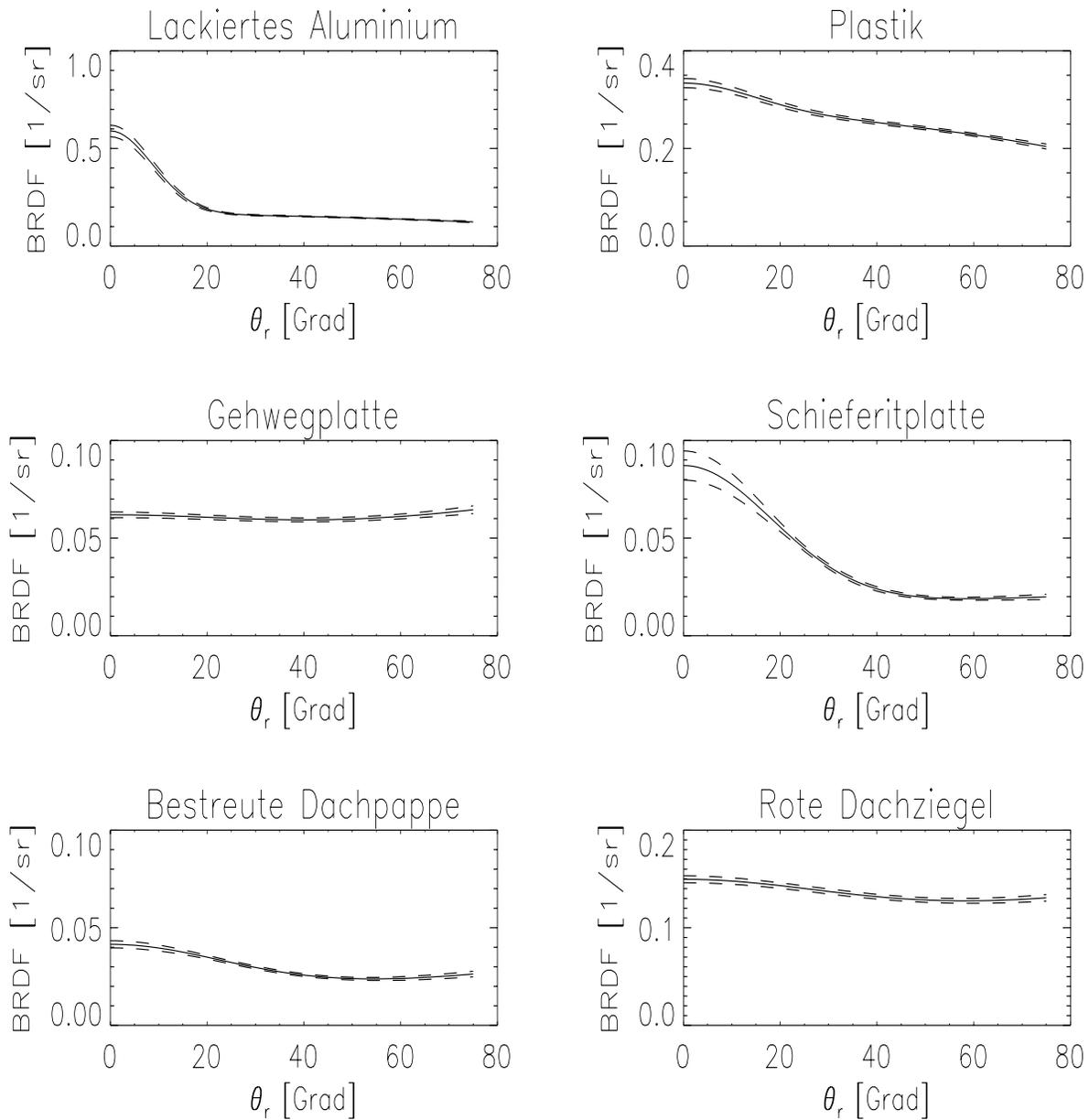
**Tabelle 5.6:** Fehler der Koeffizienten der BRDF bei  $\lambda = 750 \text{ nm}$

	$\sigma_{a_0}$ [%]	$\sigma_{a_1}$ [%]	$\sigma_{a_2}$ [%]	$\sigma_{a_3}$ [%]	$\sigma_{a_4}$ [%]	$\sigma_{a_5}$ [%]	$\sigma_{a_6}$ [%]
Lack.Alu.	2.4	15.5	49.6	35.8	7.0	3.7	8.0
Plastik	2.4	14.6	57.3	38.0	17.1	10.0	24.0
Gehwegpl.	7.0	40.0	76.0	45.2	39.0	12.7	44.4
Schieferitpl.	11.3	78.3	41.2	101.0	10.5	3.4	11.3
Bestr. Dachp.	3.0	30.1	112.0	33.1	10.0	6.0	18.6
Rote Dachz.	10.5	53.5	43.4	692.1	27.6	11.8	32.8

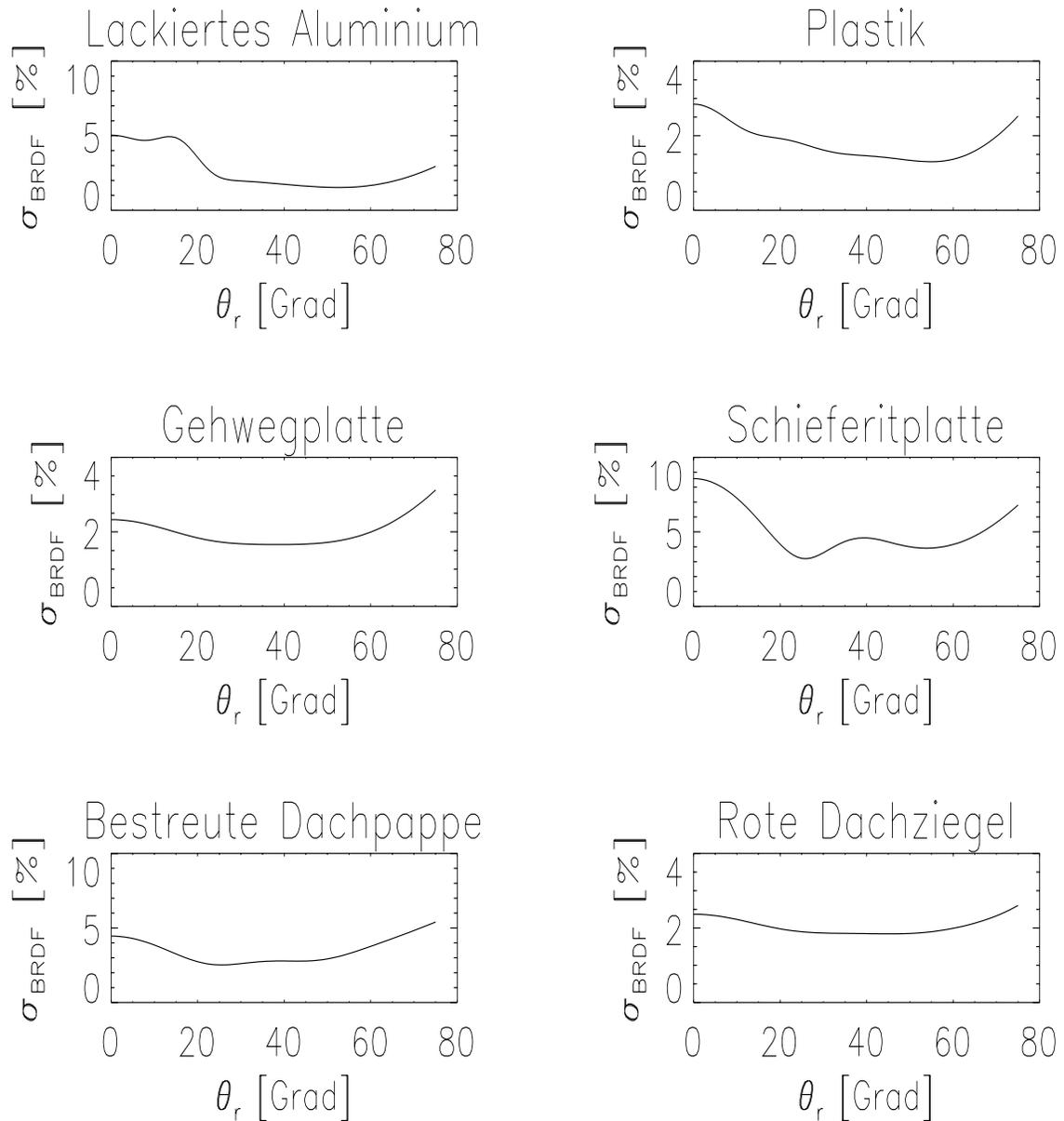
Mit der Kovarianzmatrix kann man die Fehler der angepaßten BRDF an konkreten Winkelkombinationen bestimmen. Die Berechnung erfolgt über Gleichung A.3 aus Kapitel A.1 im Anhang. Abbildung 5.33 zeigt die BRDF der Proben bei  $\theta_i = 0^\circ$ , die prozentualen Anteile der Fehler an der BRDF werden in Abbildung 5.34 dargestellt. Der Winkel  $\theta_i = 0^\circ$  wurde gewählt, um eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit anderen Forschungsgruppen zu erreichen (in einigen Arbeiten werden nur Messungen bei  $\theta_i$  oder  $\theta_r = 0^\circ$  durchgeführt). Man sieht deutlich, daß ein hoher Fehler der Koeffizienten nicht zu einem hohen Fehler des modellierten Funktionswerts führen muß. Die relativen Fehler der BRDF liegen zwischen 2 und 10 %. Ursache für die im Vergleich zum Fehler der Koeffizienten niedrigen Fehler sind die Nichtdiagonalelemente der Kovarianzmatrix. Außerdem gilt vor allem für die diffuse Reflexion, daß der Koeffizient  $a_0$  den größten Beitrag zum BRDF-Wert liefert, während die Anteile der übrigen Koeffizienten relativ klein sind. Darum wirken sich die Fehler der übrigen Koeffizienten auf den Gesamtfehler nur schwach aus.

In der gesamten Fehlerrechnung für die Feldmessungen ist der systematische Fehler  $\sigma_p^{\text{Labsphere}}$  von ca. 1% nicht enthalten. Der in der Physik üblichen Praxis folgend (siehe Seite 47) kann dieser Fehler quadratisch zum oben angesprochenen relativen Fehler addiert werden. Da dies selbst bei einem relativen Fehler von 2 % nur zu einer Erhöhung auf 2.24 % führt (bei einem relativen Fehler von 10 % sogar nur auf 10.01 %) wird auf eine gesonderte Darstellung dieses Fehlers verzichtet.

**Abbildung 5.33:** Modellierte BRDF (durchgezogene Linie) mit Fehlern (gestrichelte Linie) bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 0^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 750 \text{ nm}$



**Abbildung 5.34:** Prozentualer Fehler  $\sigma_{f_r}^{\%}$  des BRDF-Werts  $f_r$  bei einem Einfallswinkel  $\theta_i = 0^\circ$  und einer Wellenlänge  $\lambda = 750 \text{ nm}$



## 5.5 Zusammenfassung der Ergebnisse der Feldmessungen

Für die Proben 'Lackiertes Aluminium', 'Plastik', 'Gehwegplatte', 'Schieferitplatte', 'Bestreute Dachpappe' und 'Rote Dachziegel' konnte folgendes Modell erfolgreich angepaßt werden:

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2}$$

$\theta_i, \nu, \theta_r$  und  $\psi$  bezeichnen den Einfallswinkel, relativen Azimutwinkel, Reflexionswinkel und den relativen Winkel zum Spiegelwinkel. Da bei unseren Messungen die Zenitwinkel nicht größer als  $75^\circ$  waren, sollte man die Anwendung des Modells auch auf diesen Bereich beschränken. Das Modell stammt ursprünglich von Walthall et al. (1985). Es wurde von Liang & Strahler (1994) in eine Form gebracht, die dem Helmholtzschen Reziprozitätstheorem genügt. **In dieser Arbeit wurde ein Spiegelungsterm hinzugefügt (Koeffizienten  $a_4$  bis  $a_6$ ).** Das Modell basiert nicht auf theoretischen Ableitungen. **Es handelt sich um ein empirisches Modell, welches mit wenigen Parametern in der Lage ist, den Verlauf verschiedener spektraler Reflexionsfunktionen zu beschreiben.** Die Abbildungen 5.21 bis 5.31 auf den Seiten 75 bis 80, die die diffuse Komponente der Proben darstellen, zeigen u.a. die großen Variationsmöglichkeiten, die das Walthall-Modell für die diffuse Komponente bietet.

Der Koeffizient  $a_0$  hat das größte Gewicht bei der Modellierung der diffusen Komponente, sein spektraler Verlauf (dargestellt in den Abbildungen 5.3 bis 5.8 auf den Seiten 60 bis 65) gibt ziemlich genau das von der Probe reflektierte, diffuse Spektrum wieder. Die Koeffizienten  $a_1, a_2$  und  $a_3$  modellieren die Winkelabhängigkeit der diffusen Komponente. Der Koeffizient  $a_4$  gibt die Amplitude des Spiegelungsmaximums an, der Koeffizient  $a_6$  bestimmt die Breite des Spiegelungsmaximums. Tabelle 5.4 zeigt die Breiten der Spiegelungsmaxima. Das schmalste Maximum besitzt die Probe 'Lackiertes Aluminium' ( $8.6^\circ \pm 0.3^\circ$ ), das breiteste Maximum die Probe 'Rote Dachziegel' ( $30^\circ \pm 5^\circ$ ). Durch den Koeffizienten  $a_5$  wird die Abhängigkeit der Amplitude des Spiegelungsmaximums von den Zenitwinkeln beschrieben. Der sogenannte 'Hotspot' (ein Reflexionsmaximum in der Rückstrahlrichtung, welches vor allem bei Vegetation auftritt) wird nicht modelliert, da mit unseren Meßgeräten in der Rückstrahlrichtung keine Messungen möglich sind.

**Über den winkelabhängigen Verlauf der diffusen Komponente der Proben kann man keine allgemeinen Aussagen treffen, er variiert von Probe zu Probe.** Die maximalen Schwankungen sind meist kleiner als 15 %, dieser Wert hängt aber stark von den betrachteten Winkeln ab (siehe Tabelle 5.5 auf Seite 67).

Der Beitrag der spiegelnden Komponente zur Albedo der Proben liegt zwischen 5 und 55 % (siehe Tabelle 5.3, Seite 66). **Bei allen Proben steigt die spiegelnde Komponente mit zunehmenden Einfallswinkeln**, wie vom Rayleigh-Kriterium (siehe Kapitel 5.2.2) vorhergesagt. Die ebenfalls nach dem Rayleigh-Kriterium erwartete Zunahme der Amplitude des Spiegelungsmaximums mit der Wellenlänge kann aber nicht bestätigt werden, bei der Probe 'Plastik' gibt es sogar einen deutlichen Abfall des Koeffizienten  $a_4$  mit der Wellenlänge, siehe Abbildungen 5.4 auf Seite 61.

Die Fehler der modellierten BRDF liegen zwischen 2 und 10 %, einen graphischen Eindruck über die Größe der Fehler gibt Abbildung 5.34, Seite 83.

Die Anpassung verschiedener anderer BRDF-Modelle an unsere Meßwerte wird durch den  $\chi^2$  Test abgelehnt, siehe Tabelle 5.1.

An die Proben 'Aluminium' und 'Schwarze Dachpappe' konnten keine BRDF-Modelle angepaßt werden. Da die diffuse Komponente der beiden Proben sehr schwach ist, ist unsere Methode der Differenzmessungen nicht für diese Proben geeignet. Auch für die Probe 'Kresse' konnte kein passendes BRDF-Modell gefunden werden. Mögliche Gründe hierfür sind, daß die Oberfläche der Kresse nicht als rotations-symmetrisch betrachtet werden kann, daß sich die Kresse im Laufe der Zeit (nach maximal 3 Tagen wurde die Kresse ersetzt) veränderte oder daß die verwendeten Modelle nicht geeignet sind.

# Kapitel 6

## Zusammenfassung

Ziel dieser Diplomarbeit ist die Messung der winkelabhängigen, spektralen Reflexionsfunktion (BRDF) künstlicher Oberflächen, besonders von Dachoberflächen, bei natürlicher Beleuchtung. Hierzu wurde das Spektrometer OVID verwendet, welches wir im Wellenlängenbereich 600 nm bis 900 nm mit 61 Kanälen bei einer Auflösung von 5 nm benutzten. Auf der Probe wurde eine Fläche der Größe  $10 \text{ cm}^2$  (IFOV) vom Meßgerät erfaßt. Da wir nur rotationssymmetrische Flächen untersuchten, konnten wir den Einfallszimutwinkel  $\phi_i$  und den Reflexionsazimutwinkel  $\phi_r$  zu einem relativen Azimutwinkel  $\nu$  zusammenfassen. Die verschiedenen Winkelkombinationen von  $\nu$  und den Einfalls- und Reflexionszenitwinkeln  $\theta_i$  und  $\theta_r$  (gemessen im Bezugssystem der Oberfläche) wurden mit Hilfe eines Goniometermeßtisches eingestellt, auf dem wir die Proben plazierten.

Als Referenzfläche stand uns eine diffus reflektierende Spectralonfläche der Firma Labsphere, Inc. (Boulder, Colorado), zur Verfügung, die eine Albedo von ca. 0.5 besitzt (dies bedeutet, daß ca. 50 % des einfallenden Lichts von der Spectralonplatte reflektiert werden). Die BRDF des Spectralons bestimmten wir in einem Laborversuch, indem wir die in den oberen Halbraum reflektierten Strahldichten über die obere Halbkugel integrierten und so mit Hilfe der Albedo des Spectralons auf die einfallende Strahlungsflußdichte schliessen konnten. Der Quotient aus reflektierter Strahldichte und einfallender Strahlungsflußdichte liefert die BRDF.

Das Helmholtzsche Reziprozitätstheorem konnte für das Spectralon bestätigt werden. Die BRDF des Spectralons ist aber deutlich nicht-lambertsch (d.h. nicht konstant bezüglich der Winkelabhängigkeit), so daß eine Verwendung von Spectralon als Referenzfläche für radiometrische Messungen ohne Kenntnis der BRDF nicht empfohlen werden kann. In Übereinstimmung mit anderen Forschungsgruppen konnten wir einen Abfall der BRDF bei hohen Reflexionszenitwinkeln feststellen. Wie vom Hersteller qualitativ vorhergesagt, gibt es bei hohen Einfallszenitwinkeln eine spiegelnde Komponente. Mit unseren Messungen konnten wir die Breite des Spiegelungsmaximums und seine Zunahme mit hohen Zenitwinkeln quantifizieren. Außerdem nimmt die spiegelnde Komponente mit steigender Wellenlänge zu.

Bei den Feldmessungen beseitigten wir den Einfluß des Himmelslichts durch Differenzmessungen (von der reflektierten Strahldichte bei voller Beleuchtung wurde die reflektierte Strahldichte bei abgeschatteter Probe abgezogen). Die Messung der von der Spectralonplatte reflektierten Strahldichte erlaubte uns, über die BRDF der Spectralonplatte die einfallende Strahlungsflußdichte zu bestimmen. Nach einer anschließenden Messung der reflektierten Strahldichte der Proben konnten wir wieder durch die Bildung des Quotienten dieser beiden Größen die BRDF-Werte der Proben bei der jeweils eingestellten Winkelkombination bestimmen. Verschiedene BRDF-Modelle aus der Literatur wurden an unsere Meßwerte angepaßt. Die mit Abstand besten Ergebnisse wurden mit einem Modell von Walthall et al. (1985) erzielt, das von Liang & Strahler (1994) in eine Form gebracht wurde, die dem Helmholtzschen Reziprozitätstheorem genügt, und in dieser Arbeit um einen Term erweitert wurde, der die spiegelnde Komponente modelliert, so daß sich die Anzahl der freien Parameter auf 7 erhöht.

Die von uns ausgewählten Proben lassen keine Systematik in der Winkel- oder Wellenlängenabhängigkeit der diffusen Komponente der BRDF erkennen. Sowohl eine Zu- als auch eine Abnahme der BRDF bei hohen Zenitwinkeln ist zu beobachten, bei einigen Proben tritt vermehrte Streuung in Vorwärts-, bei anderen in Rückwärtsrichtung auf. Die winkelabhängigen Schwankungen sind meist kleiner als 15 %.

Bei der spiegelnden Komponente dagegen kann man Gemeinsamkeiten der Proben erkennen: es gibt immer einen Anstieg der spiegelnden Komponente mit hohen Zenitwinkeln, die Wellenlängenabhängigkeit des Spiegelungsterms ist meist linear, häufig sogar konstant. Der Anstieg der spiegelnden Komponente mit hohen Zenitwinkeln steht im Einklang mit dem Rayleigh-Kriterium über glatte Flächen, die vom Rayleigh-Kriterium vorhergesagte Zunahme mit der Wellenlänge wurde nicht beobachtet.

# Danksagungen

Für die Möglichkeit, das Spektrometer OVID benutzen zu können, für die umfassende Einweisung in das Gerät und für die Hilfe bei technischen Problemen gilt Frau Dr. Barbara Bartsch vom Max-Planck-Institut für Meteorologie der Universität Hamburg mein herzlichster Dank.

Herr Weber, Leiter der Werkstatt des II. Instituts für Experimentalphysik der Universität Hamburg, erstellte die Konstruktionszeichnungen für den Goniometermeßtisch mit einem großen (auch zeitlichen) Engagement, für das ich ihm vielmals danken möchte. Aufgrund seiner Erfahrung konnte er unsere Vorstellungen in ein konkretes Objekt umsetzen, das unsere Erwartungen voll erfüllte.

Den Diplomanden in meiner Arbeitsgruppe, Thomas Kollwe und Borris Neumann, möchte ich für zahlreiche Diskussionen und Anregungen danken. Bei Marco Zühlke und Dirk Busche bedanke ich mich für ihre Mitarbeit bei den Feldmessungen.

Den Professoren Johann Bienlein und Hartwig Spitzer danke ich vielmals für ihre kritische und konstruktive Beurteilung meiner Arbeit, die den gesamten Verlauf der Diplomarbeit begleitete. Von Diplomanden anderer Gruppen weiß ich, daß eine solche Betreuung leider die Ausnahme bildet.

Die sehr gute Betreuung meiner Diplomarbeit ist nicht zuletzt Dr. Martin Kollwe und Rafael Wiemker, M. S., zu verdanken. Martin Kollwe konnte mir aufgrund seiner Erfahrung mit OVID-ähnlichen Spektrometern wichtige Details erklären. Durch konzeptionelle Vorarbeiten und entscheidende Ratschläge trägt Rafael Wiemker einen wesentlichen Anteil am Erfolg dieser Arbeit.

# Anhang A

## A.1 Allgemeine Bemerkungen zur Fehlerrechnung

Die folgende Form des Fehlerfortpflanzungsgesetzes wurde von Brandt (1992) und Blobel & Lohrmann (Wintersemester 1993/1994) übernommen.  $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  sei eine  $n$ -dimensionale Funktion abhängig von  $m$  Parametern :

$$\begin{aligned}\vec{y} : \mathbb{R}^m &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ \vec{x} &\mapsto \vec{y}(\vec{x})\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

Entwickelt man  $\vec{y}$  in eine Taylorreihe um die Stelle  $\vec{x} = (\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m)$  und bricht diese nach dem ersten Glied ab, so erhält man  $\vec{y}$  als lineare Funktion von  $\vec{x}$  :

$$y_i(\vec{x}) = y_i(\vec{x}) + \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right)_{\vec{x}=\vec{x}} \cdot (x_j - \bar{x}_j) \quad (\text{A.2})$$

$C_{\vec{y}}$ , die  $n \times n$  Kovarianzmatrix von  $\vec{y}$ , ergibt sich dann aus  $C_{\vec{x}}$ , der  $m \times m$  Kovarianzmatrix von  $\vec{x}$  :

$$C_{\vec{y}} = A C_{\vec{x}} A^T, \quad \text{mit } A \equiv \left( \begin{array}{cccc} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_2}{\partial x_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_n}{\partial x_m} \end{array} \right)_{\vec{x}=\vec{x}} \quad (\text{A.3})$$

wobei  $A^T$  die transponierte Matrix von der  $n \times m$  Matrix  $A$  ist. Die Elemente  $c_{ij}$  der Kovarianzmatrix  $C_{\vec{x}}$  sind definiert durch

$$c_{ij} \equiv \text{cov}(x_i, x_j) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \bar{x}_i) \cdot (x_j - \bar{x}_j) \cdot P(x_i, x_j) dx_i dx_j \quad (\text{A.4})$$

Der Übersichtlichkeit halber nehmen wir im Folgenden an, daß  $\vec{y}$  eine eindimensionale Funktion ist. Dann gilt  $\vec{y} = y$  und  $C_{\vec{y}} = \sigma_y^2$ . Formel A.3 vereinfacht sich dann zu

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_j} \cdot \text{cov}(x_i, x_j) \quad (\text{A.5})$$

Die Funktion  $P$  ist die Wahrscheinlichkeitsdichte von  $x_i$  und  $x_j$ . Das Integral  $\int_a^b \int_c^d P(x_i, x_j) dx_i dx_j$  ist die Wahrscheinlichkeit für  $a \leq x_i \leq b$  und  $c \leq x_j \leq d$ . Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist auf 1 normiert:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_i, x_j) dx_i dx_j = 1 \quad (\text{A.6})$$

Mit der Wahrscheinlichkeitsdichte von  $x_i$  kann man den Erwartungswert berechnen :

$$\bar{x}_i \equiv \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot P(x_i) dx_i \quad (\text{A.7})$$

Die Diagonalelemente von  $C_{\bar{x}}$  sind die Varianzen :

$$c_{ii} = \sigma_{x_i}^2 \quad (\text{A.8})$$

Die positive Wurzel aus der Varianz wird mit Streuung oder Standardabweichung bezeichnet :

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2} \quad (\text{A.9})$$

und mit dem Fehler von  $x_i$  identifiziert. Falls die Kovarianzen null sind, vereinfacht sich Gleichung A.3 zu

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 \quad (\text{A.10})$$

Betrachtet man die Standardabweichung als Meßfehler, so erhält man aus dieser Gleichung den Meßfehler von  $y$  :

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2} \quad (\text{A.11})$$

Leider ist die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P$  in der Praxis meist unbekannt. Verfügt man aber über  $p$  Meßwerte von  $x_i$ , so kann man die Varianz  $s_{\bar{x}_i}^2$  des Mittelwertes durch folgende Formel abschätzen :

$$s_{\bar{x}_i}^2 = \frac{1}{p(p-1)} \sum_{j=1}^p (x_i^j - \bar{x}_i)^2 \quad (\text{A.12})$$

$$(\bar{x}_i = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p x_i^j = \text{Mittelwert})$$

Die zugehörige Standardabweichung kann man als Fehler des Mittelwertes betrachten :

$$\sigma_{\bar{x}_i} = \sqrt{s_{\bar{x}_i}^2} \quad (\text{A.13})$$

## A.2 Kurze Darstellung des $\chi^2$ Tests

Eine ausführliche Darstellung des  $\chi^2$  Tests findet sich z.B. in Brandt (1992), Seite 244 ff., an die sich dieses Kapitel anlehnt. Anhand des  $\chi^2$  Tests kann überprüft werden, ob eine Hypothese mit den Meßdaten vereinbar ist oder nicht. Zu diesem Zweck berechnet man eine Testgröße  $M$  durch

$$M \equiv \sum_{i=1}^N \left( \frac{g_i - f_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad \text{mit} \quad (\text{A.14})$$

$N$  = Anzahl der Meßwerte

$g_i$  = Meßwert

$\sigma_i$  = Fehler von  $g_i$

$f_i$  = hypothetisch wahrer Wert

$M$  ist ein durch die Fehler gewichtetes Maß der Abweichung der Meßwerte von der Hypothese.

Man wählt ein Signifikanzniveau  $\alpha$  zwischen 0 und 1. Bei der Analyse wissenschaftlicher Daten verwendet man gewöhnlich  $\alpha$ -Werte von 5 %, 1 % oder 0.1 % . Dabei ist  $\alpha$  die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei der Richtigkeit der Hypothese die Größe  $\chi^2$  größer ist als das sogenannte Quantil  $\chi_{1-\alpha}^2$ . Die Quantile sind in Tabellen aufgelistet. Ihr Wert ist abhängig von der Zahl der Freiheitsgrade. Die Zahl der Freiheitsgrade ist gleich der Zahl der Meßwerte abzüglich der angepaßten Parameter in der Hypothese. Falls  $M > \chi_{1-\alpha}^2$  ist, so wird die Hypothese abgelehnt.

Mit dem  $\chi^2$  Test können Hypothesen nicht direkt bestätigt werden. Es können nur Aussagen der Form 'Die Hypothese wird bei dem Signifikanzniveau  $\alpha$  nicht abgelehnt' gemacht werden.

Die Wahl des Signifikanzniveaus hängt von den Anforderungen ab, die man an das Ergebnis stellt. Möchte man die Wahrscheinlichkeit reduzieren, daß die Hypothese als mit den Meßwerten vereinbar angenommen wird, obwohl sie nicht wahr ist, so wählt man ein hohes Signifikanzniveau. Man erhöht dann aber auch die Wahrscheinlichkeit, daß die Hypothese abgelehnt wird, obwohl sie wahr ist. Ich entschied mich dafür, ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 1\%$  zu wählen.

## A.3 Spektrale Albedo des Spectralons

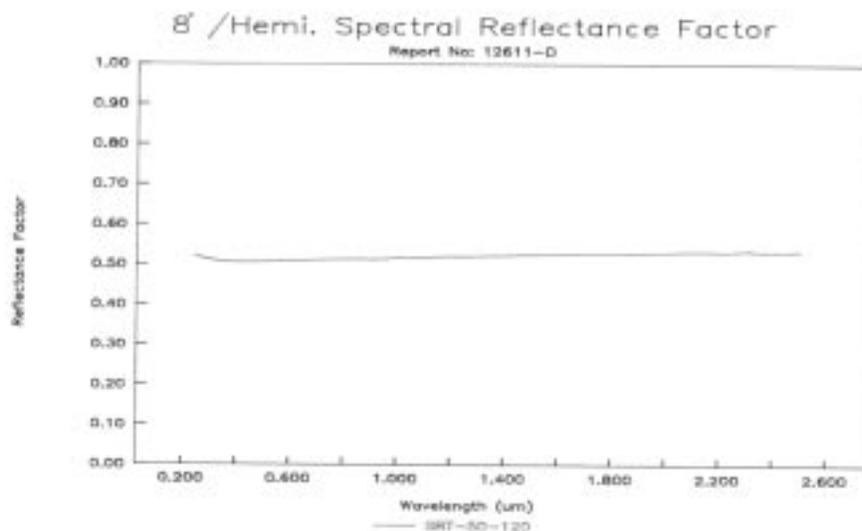
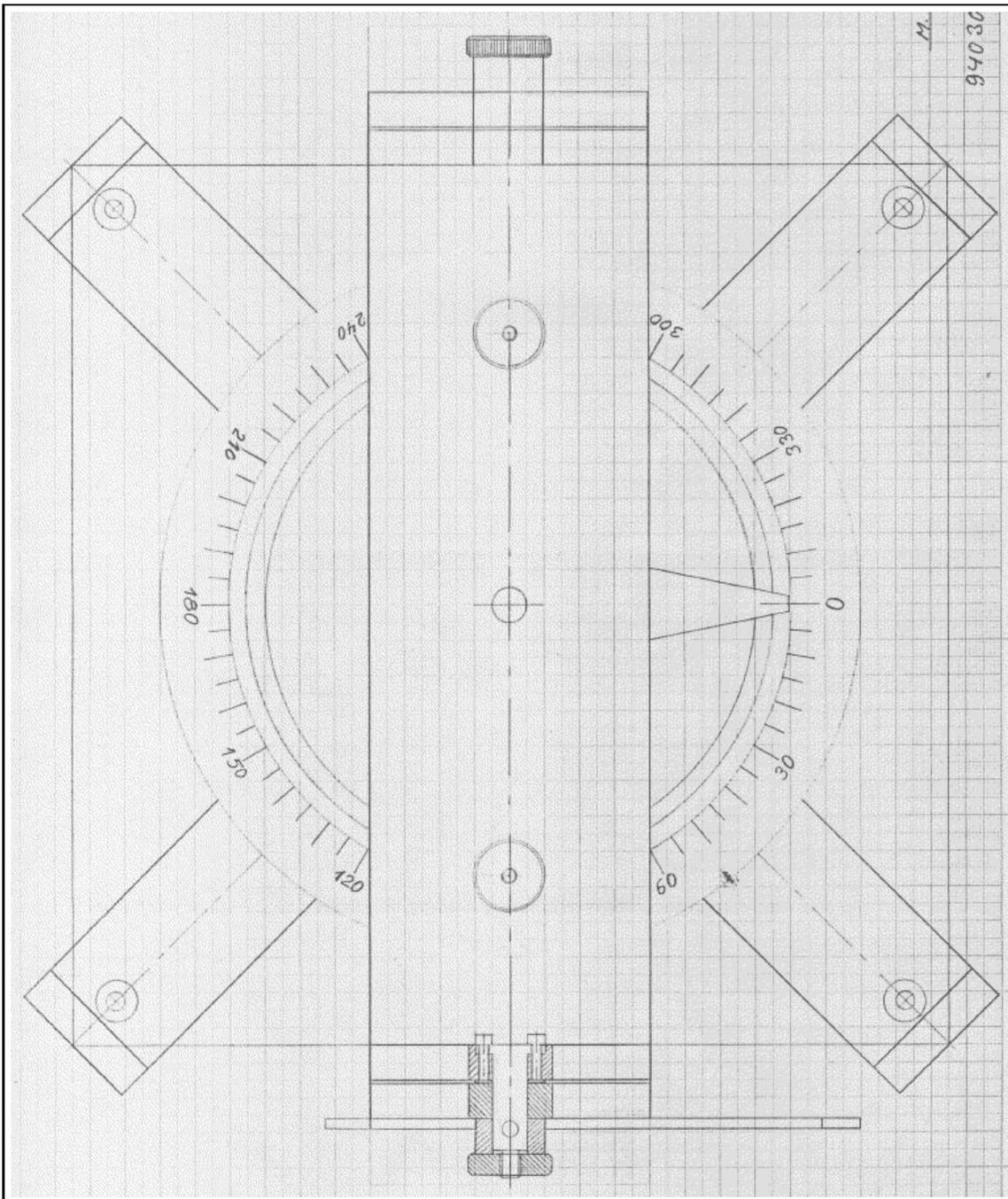


Abbildung A.1: Kalibrierungsgrafik des Spectralons, angefertigt von Labsphere, Inc.

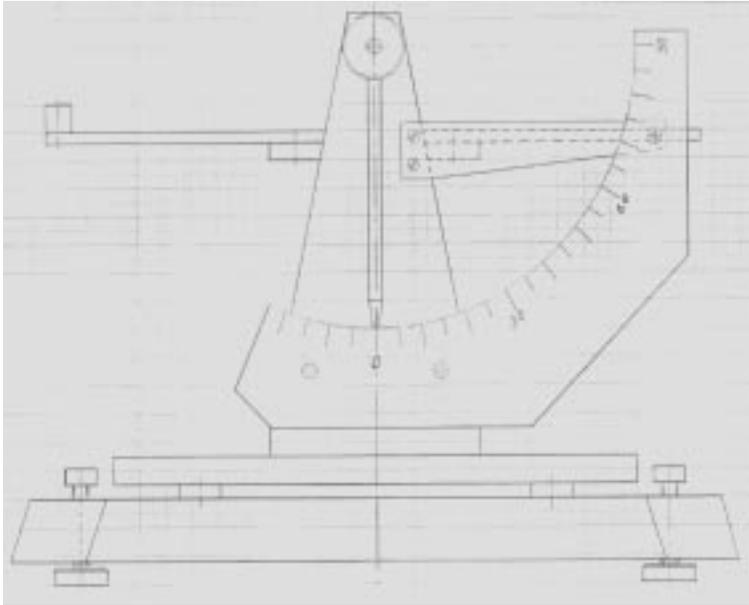
Report No.: 12611-D Target I.D. No.: SRT-50-120	
Wavelength ( $\mu\text{m}$ )	8°/Hemispherical Reflectance Factor
0.250	0.521
0.300	0.513
0.350	0.507
0.400	0.506
0.450	0.506
0.500	0.508
0.550	0.509
0.600	0.510
0.650	0.511
0.700	0.512
0.750	0.514
0.800	0.514
0.850	0.515
0.900	0.514
0.950	0.515
1.000	0.518
1.050	0.517
1.100	0.519
1.150	0.521
1.200	0.522
1.250	0.521
1.300	0.523
1.350	0.523
1.400	0.524
1.450	0.525
1.500	0.526
1.550	0.527
1.600	0.527
1.650	0.528
1.700	0.528
1.750	0.530
1.800	0.530
1.850	0.529
1.900	0.529
1.950	0.530
2.000	0.532
2.050	0.534
2.100	0.534
2.150	0.535
2.200	0.533
2.250	0.534
2.300	0.536
2.350	0.534
2.400	0.535
2.450	0.534
2.500	0.536

**Tabelle A.1:** Kalibrierungstabelle des Spectralons, angefertigt von Labsphere, Inc.

## A.4 Konstruktionszeichnungen des Meßtisches



**Abbildung A.2:** Ansicht des Meßtisches von oben ( die Tischfläche, auf der die Proben liegen, wurde nicht eingezeichnet ), angefertigt von Herrn Weber



**Abbildung A.3:** Ansicht des Meßtisches von der Seite, angefertigt von Herrn Weber, II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg

## A.5 Fotos des Meßtisches



**Abbildung A.4:** Foto des Meßtisches mit Spectralonplatte



**Abbildung A.5:** Foto des Meßtisches mit der Probe 'Rote Dachziegel', im Hintergrund rechts befindet sich die Pappscheibe, die den Schatten bei den Feldmessungen erzeugte

## A.6 BRDF-Meßwerte

Auf den folgenden Seiten werden die BRDF-Meßwerte der Labormessungen des Spectralons und der Feldmessungen der Proben angegeben. In den ersten drei Spalten befinden sich die Winkelparameter  $\theta_i, \nu, \theta_r$  in der Einheit Grad. In den nächsten beiden Spalten stehen Meßwerte  $f_r^P$  und Fehler  $\sigma_{f_r^P}$  bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 600$  nm, in den darauffolgenden Spalten Meßwerte und Fehler bei  $\lambda = 750$  nm, in den letzten beiden Spalten Meßwerte und Fehler bei  $\lambda = 900$  nm. Die Einheit von  $f_r^P$  und  $\sigma_{f_r^P}$  ist jeweils  $\text{sr}^{-1}$ . In den Fehlern ist der systematische Fehler  $\sigma_\rho^{\text{Labsphere}}$  (Größenordnung: 1%) nicht enthalten.

Genaugenommen handelt es sich bei  $f_r^P$  nicht um den Meßwert, sondern um den aus den Meßwerten der Strahldichte  $\Delta L_r$  gewonnenen BRDF-Wert. Teilweise ergeben sich aus der Differenzbildung negative Werte (bei den Proben 'Aluminium' und 'Schwarze Dachpappe'). Bei jedem negativen BRDF-Wert ist der zugehörige Fehler aber größer als der Betrag des BRDF-Werts. Falls die wirkliche BRDF kleiner als der Meßfehler ist, sind negative BRDF-Meßwerte sogar zu erwarten.

Mit steigendem Einfallswinkel  $\theta_i$  steigt meist auch der Fehler. Der Grund hierfür ist, daß bei hohen Einfallswinkeln die Intensität des direkten Sonnenlichts im Vergleich zum Himmelslicht nachläßt, und sich damit nach der Differenzbildung ein höherer relativer Fehler ergibt.

Bei Winkelkombinationen mit  $\theta_i \approx \theta_r$  und  $\nu \approx 180^\circ$  ist bei allen Proben (Ausnahme: 'Kresse') ein sprunghafter Anstieg des BRDF-Werts festzustellen. Z.B. in den jeweils letzten Zeilen der Tabellen der Feldmessungen sind solche spiegelnden Winkelkombinationen enthalten.

Tabelle A.2: BRDF-Messwerte der Spectralonplatte (Teil 1)

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
0.0	0.0	25.0	0.1664	0.0023	0.1672	0.0022	0.1707	0.0024
0.0	0.0	50.0	0.1626	0.0028	0.1651	0.0028	0.1656	0.0029
0.0	0.0	75.0	0.1530	0.0033	0.1544	0.0033	0.1541	0.0033
0.0	45.0	25.0	0.1667	0.0023	0.1677	0.0022	0.1678	0.0024
0.0	50.0	50.0	0.1655	0.0028	0.1677	0.0028	0.1667	0.0029
0.0	45.0	75.0	0.1531	0.0033	0.1529	0.0032	0.1534	0.0033
0.0	90.0	25.0	0.1661	0.0023	0.1674	0.0022	0.1673	0.0024
0.0	90.0	50.0	0.1592	0.0027	0.1604	0.0027	0.1603	0.0028
0.0	73.0	65.0	0.1591	0.0048	0.1602	0.0048	0.1601	0.0062
0.0	135.0	25.0	0.1644	0.0023	0.1662	0.0022	0.1670	0.0023
0.0	135.0	50.0	0.1633	0.0028	0.1643	0.0027	0.1631	0.0028
0.0	180.0	25.0	0.1655	0.0023	0.1659	0.0022	0.1671	0.0023
0.0	180.0	50.0	0.1635	0.0028	0.1646	0.0028	0.1642	0.0029
0.0	180.0	75.0	0.1452	0.0032	0.1478	0.0031	0.1485	0.0032
8.0	0.0	25.0	0.1662	0.0025	0.1678	0.0024	0.1707	0.0026
8.0	0.0	50.0	0.1582	0.0030	0.1610	0.0029	0.1613	0.0030
8.0	0.0	75.0	0.1474	0.0034	0.1487	0.0034	0.1488	0.0035
8.0	45.0	25.0	0.1664	0.0025	0.1676	0.0024	0.1680	0.0025
8.0	50.0	50.0	0.1651	0.0031	0.1666	0.0030	0.1658	0.0031
8.0	45.0	75.0	0.1508	0.0035	0.1501	0.0034	0.1503	0.0035
8.0	90.0	25.0	0.1654	0.0025	0.1668	0.0024	0.1666	0.0025
8.0	90.0	50.0	0.1569	0.0029	0.1586	0.0029	0.1589	0.0030
8.0	73.0	65.0	0.1577	0.0050	0.1588	0.0050	0.1588	0.0064
8.0	135.0	25.0	0.1642	0.0024	0.1665	0.0024	0.1670	0.0025
8.0	135.0	50.0	0.1677	0.0031	0.1681	0.0030	0.1670	0.0031
8.0	180.0	25.0	0.1657	0.0025	0.1667	0.0024	0.1678	0.0025
8.0	180.0	50.0	0.1681	0.0031	0.1688	0.0031	0.1684	0.0031
8.0	180.0	75.0	0.1512	0.0035	0.1534	0.0035	0.1538	0.0036
25.0	0.0	50.0	0.1530	0.0034	0.1558	0.0034	0.1557	0.0035
25.0	0.0	75.0	0.1433	0.0038	0.1441	0.0038	0.1446	0.0039
25.0	45.0	25.0	0.1640	0.0029	0.1651	0.0028	0.1651	0.0030
25.0	50.0	50.0	0.1636	0.0036	0.1649	0.0036	0.1642	0.0036
25.0	45.0	75.0	0.1473	0.0040	0.1462	0.0039	0.1465	0.0040
25.0	90.0	25.0	0.1636	0.0029	0.1659	0.0029	0.1652	0.0030
25.0	90.0	50.0	0.1581	0.0035	0.1596	0.0034	0.1606	0.0036
25.0	73.0	65.0	0.1579	0.0056	0.1583	0.0056	0.1582	0.0071
25.0	135.0	25.0	0.1655	0.0029	0.1671	0.0029	0.1684	0.0030
25.0	135.0	50.0	0.1743	0.0038	0.1757	0.0038	0.1747	0.0039
25.0	180.0	25.0	0.1691	0.0030	0.1704	0.0029	0.1716	0.0031
25.0	180.0	50.0	0.1803	0.0039	0.1815	0.0039	0.1811	0.0040
25.0	180.0	75.0	0.1711	0.0046	0.1738	0.0046	0.1741	0.0047

Tabelle A.3: BRDF-Messwerte der Spectralonplatte (Teil 2)

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
50.0	0.0	25.0	0.1544	0.0038	0.1551	0.0037	0.1560	0.0039
50.0	0.0	75.0	0.1407	0.0047	0.1412	0.0047	0.1425	0.0049
50.0	45.0	25.0	0.1539	0.0037	0.1560	0.0037	0.1550	0.0038
50.0	50.0	50.0	0.1598	0.0046	0.1610	0.0045	0.1602	0.0047
50.0	45.0	75.0	0.1438	0.0048	0.1430	0.0047	0.1431	0.0049
50.0	90.0	25.0	0.1593	0.0039	0.1614	0.0038	0.1602	0.0040
50.0	90.0	50.0	0.1604	0.0046	0.1614	0.0045	0.1620	0.0047
50.0	73.0	65.0	0.1563	0.0074	0.1575	0.0074	0.1577	0.0095
50.0	135.0	25.0	0.1676	0.0041	0.1701	0.0040	0.1733	0.0043
50.0	135.0	50.0	0.1811	0.0052	0.1840	0.0052	0.1834	0.0053
50.0	180.0	25.0	0.1743	0.0044	0.1751	0.0043	0.1777	0.0046
50.0	180.0	50.0	0.2260	0.0066	0.2279	0.0066	0.2281	0.0068
50.0	180.0	75.0	0.2488	0.0083	0.2508	0.0084	0.2524	0.0086
65.0	0.0	25.0	0.1419	0.0044	0.1432	0.0043	0.1448	0.0046
65.0	45.0	25.0	0.1452	0.0045	0.1468	0.0044	0.1451	0.0046
65.0	50.0	50.0	0.1563	0.0055	0.1556	0.0053	0.1549	0.0055
65.0	45.0	75.0	0.1430	0.0057	0.1420	0.0055	0.1427	0.0057
65.0	90.0	25.0	0.1527	0.0047	0.1534	0.0046	0.1526	0.0048
65.0	90.0	50.0	0.1565	0.0055	0.1565	0.0054	0.1571	0.0056
65.0	73.0	65.0	0.1571	0.0100	0.1573	0.0099	0.1571	0.0132
65.0	135.0	25.0	0.1586	0.0050	0.1626	0.0049	0.1663	0.0053
65.0	135.0	50.0	0.1876	0.0068	0.1891	0.0068	0.1884	0.0069
65.0	180.0	25.0	0.1683	0.0054	0.1705	0.0053	0.1761	0.0057
65.0	180.0	50.0	0.2296	0.0095	0.2306	0.0097	0.2308	0.0098
65.0	180.0	75.0	0.4241	0.0172	0.4509	0.0184	0.4560	0.0188
75.0	0.0	25.0	0.1311	0.0053	0.1339	0.0049	0.1349	0.0054
75.0	0.0	50.0	0.1327	0.0059	0.1334	0.0054	0.1358	0.0059
75.0	45.0	25.0	0.1322	0.0054	0.1370	0.0050	0.1364	0.0054
75.0	50.0	50.0	0.1480	0.0064	0.1487	0.0060	0.1489	0.0064
75.0	45.0	75.0	0.1475	0.0070	0.1452	0.0065	0.1448	0.0068
75.0	90.0	25.0	0.1385	0.0056	0.1432	0.0053	0.1421	0.0056
75.0	90.0	50.0	0.1513	0.0065	0.1502	0.0061	0.1511	0.0065
75.0	73.0	65.0	0.1549	0.0148	0.1563	0.0143	0.1540	0.0197
75.0	135.0	25.0	0.1472	0.0060	0.1531	0.0057	0.1561	0.0062
75.0	135.0	50.0	0.1873	0.0088	0.1892	0.0085	0.1882	0.0087
75.0	180.0	25.0	0.1589	0.0066	0.1649	0.0064	0.1724	0.0069
75.0	180.0	50.0	0.2452	0.0145	0.2451	0.0141	0.2448	0.0143
75.0	180.0	75.0	0.6710	0.0319	0.6708	0.0316	0.6805	0.0321
8.0	0.0	0.0	0.1688	0.0022	0.1696	0.0021	0.1700	0.0022
25.0	0.0	0.0	0.1646	0.0024	0.1663	0.0023	0.1693	0.0025
50.0	0.0	0.0	0.1589	0.0033	0.1606	0.0032	0.1649	0.0035
65.0	0.0	0.0	0.1506	0.0042	0.1523	0.0040	0.1547	0.0044
75.0	0.0	0.0	0.1345	0.0050	0.1394	0.0047	0.1419	0.0052

Tabelle A.4: BRDF-Meßwerte der Probe 'Aluminium'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
45.9	178.8	75.1	0.0805	0.5622	0.0643	0.5710	0.0464	0.6538
26.6	175.0	74.6	0.0333	0.0058	0.0231	0.0038	0.0184	0.0029
31.6	179.8	58.9	0.0504	0.0060	0.0359	0.0029	0.0282	0.0023
73.1	178.7	49.9	0.2873	0.0416	0.2550	0.0303	0.2307	0.0277
69.4	176.7	27.5	0.0500	0.0209	0.0467	0.0179	0.0437	0.0145
14.8	28.1	26.4	0.0276	0.0133	0.0277	0.0074	0.0221	0.0062
50.1	0.8	75.0	0.0018	0.0024	0.0017	0.0009	0.0021	0.0007
4.6	107.1	25.3	0.0701	0.0104	0.0647	0.0061	0.0620	0.0060
26.3	92.5	25.1	0.0064	0.0041	0.0052	0.0015	0.0066	0.0015
0.8	155.5	44.9	0.0206	0.0100	0.0155	0.0088	0.0138	0.0073
24.7	1.9	76.0	-0.0046	0.0056	-0.0020	0.0034	0.0033	0.0005
24.2	1.7	49.3	0.0196	0.0042	0.0148	0.0016	0.0128	0.0017
23.9	90.5	49.9	0.0178	0.0058	0.0136	0.0044	0.0113	0.0017
51.1	91.9	24.4	0.0220	0.0102	0.0168	0.0063	0.0136	0.0068
5.2	0.3	74.8	0.0066	0.0376	0.0053	0.0171	0.0040	0.0724
8.9	0.5	66.6	0.0074	0.0350	0.0048	0.0164	-0.0019	0.0699
41.7	89.9	41.7	0.0100	0.0460	0.0067	0.0215	-0.0029	0.0915
52.9	90.9	59.9	0.0123	0.0623	0.0104	0.0278	0.0001	0.1226
24.5	91.0	74.3	0.0208	0.0435	0.0126	0.0192	0.0184	0.0798
27.9	177.9	49.9	0.1125	0.0522	0.0924	0.0224	0.0751	0.0856
75.3	172.4	6.3	0.0086	0.1562	0.0057	0.0650	-0.0105	0.2996
40.2	6.6	60.0	-0.0008	0.0151	0.0016	0.0078	0.0053	0.0358
84.5	9.4	65.1	-0.0139	0.0695	-0.0088	0.0392	-0.0256	0.2514
74.5	0.6	49.7	0.0367	0.0222	0.0215	0.0133	-0.0105	0.0735
51.1	1.7	25.1	0.0057	0.0151	0.0042	0.0090	0.0013	0.0461
64.8	90.3	25.3	0.0108	0.0104	0.0090	0.0059	0.0069	0.0318
49.3	179.1	20.3	0.0755	0.0097	0.0640	0.0058	0.0585	0.0214
71.4	179.9	65.6	9.5830	1.1570	9.6804	0.9300	10.9354	2.1662

Tabelle A.5: BRDF-Meßwerte der Probe 'Lackiertes Aluminium'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
45.6	178.7	75.1	0.1432	0.4034	0.1919	0.4581	0.1686	0.5378
26.3	174.8	74.6	0.0597	0.0060	0.1153	0.0055	0.0943	0.0050
31.5	179.8	58.9	0.0851	0.0063	0.1533	0.0060	0.1262	0.0054
72.9	178.7	49.9	0.2249	0.0243	0.2224	0.0201	0.2089	0.0191
69.2	176.7	27.5	0.1709	0.0109	0.1669	0.0085	0.1485	0.0075
14.8	29.0	26.4	0.0854	0.0253	0.1617	0.0297	0.1255	0.0197
50.0	0.7	75.0	0.0584	0.0050	0.1116	0.0048	0.0922	0.0038
4.8	109.0	25.3	0.0927	0.0171	0.1648	0.0173	0.1325	0.0171
26.4	92.6	25.1	0.0778	0.0045	0.1523	0.0039	0.1218	0.0032
1.8	179.3	44.9	0.0761	0.0169	0.1495	0.0172	0.1199	0.0174
24.9	178.4	24.6	0.5255	0.0347	0.6061	0.0307	0.5851	0.0312
24.5	1.8	76.0	0.0598	0.0044	0.1157	0.0033	0.0940	0.0028
24.2	1.7	49.3	0.0770	0.0096	0.1432	0.0085	0.1149	0.0065
27.2	178.5	2.1	0.0830	0.0085	0.1573	0.0072	0.1284	0.0060
49.7	88.9	1.3	0.0795	0.0113	0.1555	0.0154	0.1244	0.0102
23.9	90.7	49.9	0.0734	0.0063	0.1445	0.0071	0.1177	0.0045
51.1	91.9	24.4	0.0732	0.0080	0.1448	0.0097	0.1178	0.0071
4.3	2.6	74.8	0.0661	0.0401	0.1211	0.0208	0.0980	0.0814
8.9	0.5	66.6	0.0720	0.0383	0.1301	0.0203	0.1034	0.0794
41.6	89.8	41.7	0.0800	0.0495	0.1515	0.0275	0.1189	0.1050
53.0	91.0	59.9	0.0738	0.0668	0.1309	0.0337	0.1036	0.1384
24.5	91.0	74.3	0.0769	0.0484	0.1243	0.0248	0.1100	0.0917
27.9	177.8	49.9	0.0957	0.1603	0.1542	0.1610	0.1183	0.1932
75.4	172.5	6.3	0.0846	0.1723	0.1426	0.0818	0.1095	0.3452
40.2	6.4	60.0	0.0885	0.0172	0.1378	0.0104	0.1139	0.0405
84.4	9.6	65.1	0.0423	0.0688	0.0775	0.0437	0.0565	0.2532
74.7	0.4	49.7	0.0703	0.0224	0.1257	0.0163	0.1008	0.0832
51.2	1.8	25.1	0.0831	0.0167	0.1476	0.0120	0.1195	0.0524
65.1	90.4	25.3	0.0831	0.0131	0.1450	0.0121	0.1176	0.0375
49.4	179.1	20.3	0.0961	0.0248	0.1582	0.0249	0.1282	0.0339
71.7	179.9	65.6	7.2676	0.8199	8.1633	0.7298	9.4793	1.7396

Tabelle A.6: BRDF-Meßwerte der Probe 'Plastik'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
45.3	178.6	75.1	0.1757	0.0270	0.1927	0.0229	0.1888	0.0318
26.0	174.5	74.6	0.1588	0.0089	0.1788	0.0056	0.1767	0.0054
31.3	179.9	58.9	0.1990	0.0463	0.2252	0.0406	0.2235	0.0405
72.8	178.6	49.9	0.2180	0.0252	0.2227	0.0216	0.2244	0.0218
48.4	179.6	50.7	0.4967	0.1915	0.4930	0.1768	0.4891	0.1772
69.0	176.6	27.5	0.1985	0.0118	0.2057	0.0092	0.2086	0.0093
74.5	89.4	74.4	0.1024	0.0101	0.1089	0.0099	0.1105	0.0099
48.9	87.8	77.8	0.1058	0.0125	0.1097	0.0138	0.1118	0.0140
74.8	87.9	50.1	0.1616	0.0153	0.1750	0.0132	0.1790	0.0139
14.9	29.8	26.4	0.2312	0.0614	0.2674	0.0446	0.2640	0.0377
49.8	0.6	75.0	0.1536	0.0126	0.1790	0.0091	0.1809	0.0088
5.0	110.7	25.3	0.2262	0.0149	0.2612	0.0090	0.2590	0.0082
26.5	92.7	25.1	0.2201	0.0117	0.2558	0.0064	0.2543	0.0064
2.9	173.0	44.9	0.2156	0.0108	0.2517	0.0066	0.2518	0.0066
25.1	178.5	24.6	0.3002	0.0152	0.3206	0.0097	0.3100	0.0095
24.4	1.7	76.0	0.1630	0.0102	0.1893	0.0140	0.1888	0.0155
24.0	1.4	49.3	0.2647	0.0292	0.2770	0.0153	0.2649	0.0138
49.7	88.9	1.3	0.2138	0.0281	0.2430	0.0224	0.2421	0.0184
24.0	91.0	49.9	0.2007	0.0150	0.2300	0.0094	0.2317	0.0091
51.1	91.9	24.4	0.2072	0.0200	0.2352	0.0143	0.2350	0.0130
4.3	2.6	74.8	0.1713	0.0504	0.1947	0.0248	0.1911	0.0986
8.9	0.5	66.6	0.1879	0.0497	0.2139	0.0250	0.2154	0.1007
41.5	89.8	41.7	0.2105	0.0644	0.2409	0.0328	0.2401	0.1328
53.1	91.1	59.9	0.1835	0.0877	0.2065	0.0494	0.2032	0.1712
24.7	91.4	74.3	0.1745	0.0594	0.1930	0.0291	0.1964	0.1088
28.0	177.6	49.9	0.1998	0.0984	0.2281	0.0699	0.2187	0.1311
75.5	172.6	6.3	0.1705	0.2064	0.1935	0.0905	0.1935	0.4113
40.1	6.2	60.0	0.1973	0.0234	0.2274	0.0135	0.2248	0.0499
84.4	9.8	65.1	0.0402	0.0669	0.0562	0.0400	0.0536	0.2422
74.7	0.4	49.7	0.1596	0.0386	0.1820	0.0330	0.1858	0.1035
51.3	2.0	25.1	0.2049	0.0228	0.2331	0.0149	0.2339	0.0646
65.3	90.5	25.3	0.1883	0.0202	0.2144	0.0166	0.2144	0.0466
49.5	179.1	20.3	0.2105	0.0153	0.2384	0.0112	0.2362	0.0296
70.2	180.0	65.6	0.5909	0.0528	0.5480	0.0438	0.5053	0.0422

Tabelle A.7: BRDF-Meßwerte der Probe 'Kresse'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
25.5	174.1	74.6	0.0158	0.0014	0.0653	0.0043	0.0740	0.0047
31.1	180.0	58.9	0.0264	0.0024	0.1637	0.0096	0.1795	0.0110
72.6	178.6	49.9	0.0247	0.0039	0.1663	0.0154	0.1759	0.0165
48.2	179.6	50.7	0.0185	0.0074	0.1743	0.0138	0.1858	0.0128
74.4	89.3	74.4	0.0067	0.0043	0.0477	0.0106	0.0514	0.0120
48.9	87.7	77.8	0.0284	0.0027	0.0494	0.0183	0.0536	0.0211
74.7	87.8	50.1	0.0074	0.0029	0.0867	0.0072	0.0923	0.0078
14.9	30.7	26.4	0.0265	0.0065	0.1336	0.0211	0.1383	0.0190
49.7	0.6	75.0	0.0351	0.0029	0.1861	0.0099	0.2011	0.0107
5.3	112.2	25.3	0.0273	0.0019	0.1531	0.0052	0.1605	0.0051
26.6	92.8	25.1	0.0220	0.0015	0.1175	0.0036	0.1254	0.0039
4.0	170.2	44.9	0.0253	0.0014	0.1637	0.0041	0.1768	0.0045
25.2	178.6	24.6	0.0211	0.0014	0.1211	0.0035	0.1325	0.0039
24.2	1.6	76.0	0.0228	0.0245	0.1578	0.0440	0.1724	0.0478
24.0	1.4	49.3	0.0313	0.0037	0.1859	0.0104	0.1989	0.0105
24.1	91.2	49.9	0.0291	0.0024	0.1814	0.0268	0.1951	0.0257
51.3	91.9	24.4	0.0283	0.0027	0.1620	0.0096	0.1746	0.0095
4.3	2.6	74.8	0.0243	0.0381	0.1581	0.0220	0.1731	0.0927
8.9	0.5	66.6	0.0257	0.0354	0.1680	0.0241	0.1858	0.0924
41.4	89.8	41.7	0.0318	0.0461	0.1654	0.0279	0.1769	0.1133
53.2	91.1	59.9	0.0311	0.0638	0.1719	0.0654	0.1862	0.1706
24.7	91.4	74.3	0.0393	0.0474	0.1661	0.0641	0.1890	0.1239
28.1	177.5	49.9	0.0296	0.0455	0.1461	0.0251	0.1623	0.0982
75.6	172.6	6.3	0.0373	0.1625	0.2034	0.0910	0.2231	0.4328
40.1	6.0	60.0	0.0403	0.0153	0.2144	0.0125	0.2219	0.0481
84.4	10.0	65.1	0.3251	0.1375	0.5712	0.1417	0.6753	0.8317
74.8	0.1	49.7	0.0832	0.0675	0.2271	0.0959	0.2546	0.1606
51.4	2.2	25.1	0.0424	0.0152	0.1836	0.0128	0.1952	0.0581
65.3	90.5	25.3	0.0298	0.0108	0.1503	0.0119	0.1595	0.0404
49.6	179.1	20.3	0.0273	0.0068	0.1541	0.0071	0.1643	0.0249
70.5	180.0	65.6	0.0552	0.0052	0.1619	0.0120	0.1815	0.0145

Tabelle A.8: BRDF-Meßwerte der Probe 'Gehwegplatte'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
44.6	178.2	75.1	0.0812	0.0298	0.0844	0.0319	0.0877	0.0351
25.2	173.9	74.6	0.0578	0.0032	0.0599	0.0021	0.0606	0.0023
30.9	180.0	58.9	0.0591	0.0031	0.0608	0.0020	0.0613	0.0022
72.5	178.5	49.9	0.1081	0.0099	0.1121	0.0087	0.1148	0.0090
48.1	179.5	50.7	0.0774	0.0066	0.0795	0.0053	0.0812	0.0068
68.7	176.5	27.5	0.0647	0.0055	0.0657	0.0052	0.0664	0.0047
74.4	89.1	74.4	0.0586	0.0047	0.0597	0.0041	0.0595	0.0043
48.9	87.6	77.8	0.0680	0.0045	0.0691	0.0035	0.0696	0.0034
74.6	87.7	50.1	0.0604	0.0051	0.0607	0.0041	0.0606	0.0041
15.0	31.5	26.4	0.0595	0.0139	0.0604	0.0090	0.0581	0.0075
49.6	0.5	75.0	0.0692	0.0050	0.0690	0.0026	0.0680	0.0027
5.3	112.2	25.3	0.0602	0.0038	0.0591	0.0019	0.0582	0.0018
26.7	92.9	25.1	0.0578	0.0402	0.0572	0.0536	0.0566	0.0521
5.2	168.7	44.9	0.0594	0.0029	0.0594	0.0014	0.0591	0.0015
25.4	178.7	24.6	0.0618	0.0031	0.0616	0.0016	0.0613	0.0018
24.0	1.5	76.0	0.0628	0.0037	0.0625	0.0076	0.0618	0.0073
23.8	1.0	49.3	0.0675	0.0076	0.0689	0.0037	0.0670	0.0036
27.6	179.1	2.1	0.0643	0.0056	0.0643	0.0027	0.0625	0.0029
50.0	88.8	1.3	0.0659	0.0083	0.0653	0.0057	0.0633	0.0047
24.2	91.4	49.9	0.0585	0.0065	0.0595	0.0032	0.0587	0.0067
51.3	91.9	24.4	0.0597	0.0056	0.0608	0.0035	0.0608	0.0042
4.0	3.3	74.8	0.0599	0.0395	0.0612	0.0180	0.0608	0.0759
9.1	0.5	66.6	0.0547	0.0362	0.0550	0.0169	0.0496	0.0719
41.2	89.7	41.7	0.0542	0.0467	0.0563	0.0219	0.0448	0.0921
53.3	91.2	59.9	0.0586	0.0651	0.0594	0.0291	0.0523	0.1273
24.9	91.8	74.3	0.0742	0.0658	0.0690	0.0340	0.0804	0.1040
28.2	177.4	49.9	0.0679	0.0471	0.0659	0.0207	0.0713	0.0848
75.7	172.7	6.3	0.0654	0.1686	0.0665	0.0698	0.0570	0.3197
40.0	5.7	60.0	0.0767	0.0161	0.0747	0.0083	0.0741	0.0369
84.4	10.3	65.1	0.0953	0.0703	0.0959	0.0417	0.0956	0.2433
74.8	0.1	49.7	0.0729	0.0230	0.0731	0.0149	0.0671	0.0779
51.4	2.3	25.1	0.0687	0.0156	0.0683	0.0093	0.0648	0.0468
65.5	90.6	25.3	0.0638	0.0119	0.0646	0.0073	0.0625	0.0340
49.8	179.2	20.3	0.0641	0.0075	0.0647	0.0044	0.0636	0.0212
70.5	180.0	65.6	0.1872	0.0159	0.1983	0.0150	0.2118	0.0171

Tabelle A.9: BRDF-Meßwerte der Probe 'Schieferitplatte'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
44.3	178.1	75.1	0.1194	0.6061	0.1161	0.6818	0.1127	0.6843
24.9	173.7	74.6	0.0267	0.0052	0.0253	0.0048	0.0219	0.0048
30.8	179.9	58.9	0.0490	0.0161	0.0491	0.0167	0.0458	0.0177
72.3	178.5	49.9	0.2758	0.0264	0.2798	0.0236	0.2847	0.0242
48.0	179.5	50.7	0.2202	0.0407	0.2253	0.0436	0.2287	0.0432
68.5	176.5	27.5	0.0359	0.0205	0.0362	0.0209	0.0346	0.0202
74.3	89.0	74.4	0.0126	0.0014	0.0130	0.0010	0.0121	0.0012
48.8	87.4	77.8	0.0160	0.0020	0.0166	0.0009	0.0154	0.0023
74.5	87.7	50.1	0.0155	0.0015	0.0158	0.0011	0.0148	0.0012
15.0	32.3	26.4	0.0224	0.0056	0.0247	0.0039	0.0207	0.0031
49.4	0.4	75.0	0.0173	0.0016	0.0178	0.0008	0.0150	0.0011
5.5	113.7	25.3	0.0394	0.0037	0.0387	0.0030	0.0359	0.0031
26.8	93.0	25.1	0.0257	0.0742	0.0257	0.0824	0.0225	0.0802
6.3	167.6	44.9	0.0230	0.0030	0.0230	0.0028	0.0199	0.0029
25.5	178.8	24.6	0.1016	0.0114	0.1037	0.0107	0.1022	0.0115
23.9	1.4	76.0	0.0157	0.0035	0.0157	0.0056	0.0132	0.0038
23.6	0.7	49.3	0.0166	0.0023	0.0176	0.0011	0.0146	0.0015
27.9	179.4	2.1	0.0440	0.0039	0.0460	0.0020	0.0434	0.0021
50.0	88.8	1.3	0.0212	0.0030	0.0214	0.0020	0.0179	0.0018
24.3	91.7	49.9	0.0180	0.0061	0.0183	0.0034	0.0151	0.0082
51.6	92.0	24.4	0.0197	0.0024	0.0202	0.0015	0.0169	0.0027
4.0	3.3	74.8	0.0166	0.0382	0.0172	0.0174	0.0144	0.0737
9.3	1.5	66.6	0.0139	0.0351	0.0142	0.0164	0.0039	0.0703
41.1	89.7	41.7	0.0170	0.0454	0.0179	0.0212	0.0074	0.0903
53.4	91.2	59.9	0.0146	0.0632	0.0150	0.0282	0.0017	0.1247
24.9	91.8	74.3	0.0287	0.0438	0.0214	0.0187	0.0326	0.0803
28.3	177.2	49.9	0.0547	0.0522	0.0498	0.0327	0.0542	0.0873
75.8	172.8	6.3	0.0156	0.1635	0.0175	0.0675	0.0003	0.3132
40.0	5.5	60.0	0.0206	0.0148	0.0203	0.0077	0.0195	0.0354
84.3	10.5	65.1	0.0191	0.0605	0.0220	0.0352	0.0092	0.2122
74.9	0.1	49.7	0.0130	0.0209	0.0138	0.0130	0.0009	0.0745
51.5	2.5	25.1	0.0173	0.0146	0.0180	0.0087	0.0120	0.0452
65.5	90.6	25.3	0.0181	0.0107	0.0186	0.0061	0.0132	0.0331
49.9	179.2	20.3	0.0429	0.0077	0.0431	0.0052	0.0388	0.0211
71.9	179.9	65.6	2.0020	0.1986	2.2082	0.1671	2.2214	0.3718

Tabelle A.10: BRDF-Meßwerte der Probe 'Bestreute Dachpappe'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
44.0	178.0	75.1	0.0737	0.0488	0.0739	0.0503	0.0760	0.0510
24.6	173.4	74.6	0.0367	0.0028	0.0361	0.0022	0.0370	0.0024
30.7	179.9	58.9	0.0422	0.0031	0.0418	0.0026	0.0427	0.0028
72.2	178.4	49.9	0.1008	0.0098	0.1033	0.0086	0.1076	0.0091
47.9	179.5	50.7	0.0762	0.0041	0.0781	0.0045	0.0813	0.0032
68.3	176.4	27.5	0.0382	0.0050	0.0395	0.0049	0.0410	0.0044
74.2	88.8	74.4	0.0295	0.0030	0.0311	0.0029	0.0327	0.0035
48.8	87.3	77.8	0.0498	0.0061	0.0543	0.0076	0.0589	0.0069
74.4	87.6	50.1	0.0227	0.0022	0.0239	0.0018	0.0252	0.0019
15.1	33.1	26.4	0.0254	0.0061	0.0265	0.0041	0.0267	0.0036
49.3	0.3	75.0	0.0228	0.0026	0.0224	0.0022	0.0232	0.0029
5.5	113.7	25.3	0.0361	0.0026	0.0344	0.0014	0.0353	0.0014
26.9	93.1	25.1	0.0292	0.0072	0.0284	0.0095	0.0292	0.0202
7.5	166.9	44.9	0.0289	0.0017	0.0278	0.0011	0.0288	0.0011
25.7	178.9	24.6	0.0459	0.0037	0.0451	0.0028	0.0460	0.0035
23.7	1.3	76.0	0.0219	0.0016	0.0214	0.0019	0.0224	0.0012
23.6	0.7	49.3	0.0210	0.0027	0.0213	0.0013	0.0219	0.0017
27.9	179.4	2.1	0.0301	0.0029	0.0299	0.0015	0.0301	0.0019
50.2	88.7	1.3	0.0269	0.0038	0.0262	0.0025	0.0263	0.0024
24.3	91.9	49.9	0.0247	0.0054	0.0246	0.0027	0.0250	0.0071
51.6	92.0	24.4	0.0230	0.0027	0.0239	0.0018	0.0258	0.0032
3.8	4.1	74.8	0.0224	0.0384	0.0228	0.0175	0.0232	0.0743
9.3	1.5	66.6	0.0186	0.0352	0.0189	0.0165	0.0123	0.0705
41.0	89.6	41.7	0.0192	0.0454	0.0197	0.0213	0.0129	0.0902
53.6	91.3	59.9	0.0202	0.0637	0.0205	0.0285	0.0116	0.1254
24.9	91.8	74.3	0.0362	0.0420	0.0291	0.0186	0.0429	0.0759
28.3	177.1	49.9	0.0515	0.0471	0.0461	0.0206	0.0574	0.0849
75.9	172.9	6.3	0.0232	0.1656	0.0256	0.0683	0.0136	0.3168
39.9	5.3	60.0	0.0217	0.0148	0.0207	0.0077	0.0234	0.0354
84.3	10.7	65.1	0.0291	0.0597	0.0300	0.0349	0.0241	0.2078
75.1	0.3	49.7	0.0165	0.0212	0.0172	0.0132	0.0087	0.0748
51.6	2.6	25.1	0.0188	0.0146	0.0188	0.0087	0.0166	0.0451
65.8	90.6	25.3	0.0216	0.0109	0.0219	0.0064	0.0203	0.0335
50.0	179.2	20.3	0.0352	0.0070	0.0354	0.0041	0.0356	0.0209
70.7	179.9	65.6	0.2587	0.0235	0.2672	0.0220	0.2744	0.0238

Tabelle A.11: BRDF-Meßwerte der Probe 'Schwarze Dachpappe'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
43.8	177.8	75.1	0.1987	0.1965	0.1990	0.2171	0.1977	0.2281
24.4	173.2	74.6	0.0113	0.0098	0.0095	0.0098	0.0092	0.0098
30.5	179.8	58.9	0.0284	0.0556	0.0273	0.0561	0.0266	0.0575
72.1	178.4	49.9	0.1062	0.0215	0.1046	0.0209	0.1060	0.0212
47.7	179.4	50.7	0.5317	0.2559	0.5355	0.2593	0.5439	0.2607
68.2	176.4	27.5	0.0055	0.0089	0.0054	0.0089	0.0056	0.0078
74.2	88.7	74.4	0.0026	0.0008	0.0027	0.0004	0.0028	0.0009
48.8	87.1	77.8	0.0020	0.0023	0.0021	0.0011	0.0021	0.0031
74.4	87.5	50.1	0.0009	0.0007	0.0011	0.0006	0.0012	0.0004
15.2	34.0	26.4	0.0027	0.0026	0.0024	0.0023	0.0022	0.0024
49.2	0.2	75.0	0.0017	0.0009	0.0013	0.0003	0.0014	0.0008
5.7	115.0	25.3	0.0276	0.0061	0.0263	0.0058	0.0264	0.0057
27.0	93.1	25.1	0.0057	0.3294	0.0054	0.3251	0.0057	0.3188
8.6	166.3	44.9	0.0055	0.0056	0.0049	0.0056	0.0052	0.0055
25.8	179.0	24.6	0.1636	0.0197	0.1631	0.0185	0.1620	0.0189
23.5	1.2	76.0	0.0015	0.0020	0.0012	0.0023	0.0017	0.0015
23.4	0.3	49.3	0.0010	0.0009	0.0011	0.0004	0.0013	0.0012
27.9	179.4	2.1	0.0333	0.0030	0.0323	0.0015	0.0311	0.0018
50.2	88.7	1.3	0.0096	0.0018	0.0089	0.0011	0.0085	0.0014
24.4	92.1	49.9	0.0051	0.0036	0.0050	0.0013	0.0050	0.0055
51.8	92.1	24.4	0.0046	0.0012	0.0049	0.0007	0.0053	0.0016
3.8	4.1	74.8	0.0042	0.0383	0.0047	0.0175	0.0044	0.0741
9.3	1.5	66.6	0.0001	0.0351	0.0007	0.0164	-0.0073	0.0706
40.9	89.6	41.7	0.0026	0.0450	0.0038	0.0210	-0.0029	0.0898
53.7	91.4	59.9	0.0001	0.0635	0.0003	0.0283	-0.0111	0.1258
25.1	92.2	74.3	0.0164	0.0409	0.0087	0.0185	0.0223	0.0730
28.4	177.0	49.9	0.0534	0.0770	0.0484	0.0655	0.0586	0.1053
76.0	173.0	6.3	0.0061	0.1662	0.0076	0.0683	-0.0075	0.3195
39.8	5.1	60.0	0.0026	0.0146	0.0021	0.0076	0.0045	0.0351
84.3	10.9	65.1	-0.0004	0.0575	0.0017	0.0336	-0.0087	0.2007
75.1	0.3	49.7	-0.0031	0.0209	-0.0025	0.0129	-0.0130	0.0751
51.7	2.8	25.1	0.0017	0.0144	0.0019	0.0086	-0.0008	0.0448
66.0	90.7	25.3	0.0036	0.0108	0.0038	0.0061	0.0018	0.0336
50.1	179.3	20.3	0.0295	0.0099	0.0292	0.0081	0.0280	0.0220
70.7	179.9	65.6	1.5242	0.1481	1.5949	0.1418	1.6394	0.1515

Tabelle A.12: BRDF-Meßwerte der Probe 'Rote Dachziegel'

$\theta_i$	$\nu$	$\theta_r$	$f_r^P$ ( $\lambda = 600\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 750\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$	$f_r^P$ ( $\lambda = 900\text{nm}$ )	$\sigma_{f_r^P}$
43.5	177.7	75.1	0.1577	0.0567	0.1939	0.0701	0.1948	0.0779
24.1	173.0	74.6	0.0996	0.0063	0.1371	0.0051	0.1343	0.0052
30.4	179.8	58.9	0.1076	0.0067	0.1501	0.0052	0.1478	0.0055
71.9	178.3	49.9	0.2315	0.0251	0.2589	0.0242	0.2612	0.0247
47.6	179.4	50.7	0.1627	0.0093	0.1903	0.0084	0.1885	0.0107
68.0	176.3	27.5	0.1287	0.0104	0.1528	0.0107	0.1503	0.0108
74.1	88.6	74.4	0.0793	0.0075	0.0965	0.0081	0.0946	0.0080
48.7	87.0	77.8	0.0935	0.0081	0.1143	0.0068	0.1129	0.0068
74.3	87.4	50.1	0.0929	0.0096	0.1145	0.0093	0.1123	0.0093
15.2	34.8	26.4	0.0861	0.0226	0.1330	0.0233	0.1281	0.0195
49.0	0.1	75.0	0.0758	0.0065	0.1141	0.0051	0.1107	0.0048
5.9	116.2	25.3	0.0972	0.0069	0.1432	0.0053	0.1388	0.0048
27.1	93.2	25.1	0.0922	0.0687	0.1381	0.0547	0.1339	0.0156
9.8	165.9	44.9	0.0917	0.0049	0.1378	0.0036	0.1338	0.0036
26.0	179.1	24.6	0.1040	0.0057	0.1498	0.0045	0.1460	0.0047
23.4	1.1	76.0	0.0798	0.0046	0.1212	0.0047	0.1176	0.0044
23.4	0.3	49.3	0.0712	0.0098	0.1164	0.0074	0.1140	0.0068
28.1	179.7	2.1	0.0956	0.0096	0.1403	0.0067	0.1358	0.0066
50.4	88.6	1.3	0.0963	0.0151	0.1412	0.0157	0.1356	0.0124
24.5	92.4	49.9	0.0810	0.0078	0.1255	0.0054	0.1207	0.0058
51.8	92.1	24.4	0.0922	0.0101	0.1372	0.0099	0.1319	0.0087
3.8	4.1	74.8	0.0813	0.0428	0.1228	0.0220	0.1196	0.0897
9.5	2.5	66.6	0.0778	0.0389	0.1215	0.0204	0.1157	0.0846
40.8	89.6	41.7	0.0827	0.0494	0.1298	0.0260	0.1218	0.1064
53.8	91.4	59.9	0.0716	0.0689	0.1112	0.0336	0.1040	0.1450
25.1	92.2	74.3	0.0831	0.0450	0.1171	0.0249	0.1182	0.0859
28.5	176.9	49.9	0.1093	0.0541	0.1484	0.0263	0.1556	0.1077
76.1	173.0	6.3	0.0900	0.1892	0.1299	0.0861	0.1241	0.3925
39.8	4.9	60.0	0.0863	0.0171	0.1268	0.0103	0.1233	0.0414
84.3	11.1	65.1	0.0788	0.0655	0.1117	0.0448	0.1055	0.2375
75.2	0.5	49.7	0.0742	0.0234	0.1131	0.0162	0.1067	0.0882
51.8	2.9	25.1	0.0812	0.0164	0.1238	0.0113	0.1190	0.0521
66.3	90.8	25.3	0.0871	0.0146	0.1312	0.0127	0.1272	0.0420
50.2	179.3	20.3	0.1033	0.0093	0.1472	0.0074	0.1433	0.0258
70.7	179.9	65.6	0.4101	0.0429	0.4680	0.0444	0.4945	0.0491

## A.7 Werte der Koeffizienten der BRDF der Proben

An die Proben 'Lackiertes Aluminium', 'Plastik', 'Gehwegplatte', 'Schieferitplatte', 'Bestreute Dachpappe' und 'Rote Dachziegel' wurde das BRDF-Modell 'Walthall m.S.m.'

$$f_r = a_0 + a_1 \cdot (\theta_i^2 + \theta_r^2) + a_2 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2 + a_3 \cdot \theta_i \cdot \theta_r \cdot \cos(\nu) + a_4 \cdot e^{a_5 \cdot (\theta_i \cdot \theta_r)^2} \cdot e^{-a_6 \cdot \psi^2} \quad (\text{A.15})$$

angepaßt (eine genauere Beschreibung der Variablen befindet sich in Kapitel 5.2.1 und 5.2.2. Auf den folgenden Seiten befinden sich die Werte der Koeffizienten in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Die erste Spalte enthält die Wellenlänge in nm. Die zweite Spalte enthält den Koeffizienten  $a_0$ , die dritte Spalte den Koeffizienten  $a_1$ , usw.

Die Einheiten der Koeffizienten sind:

$$a_0 : \text{sr}^{-1}$$

$$a_1 : \text{sr}^{-1} \text{ rad}^{-2}$$

$$a_2 : \text{sr}^{-1} \text{ rad}^{-2}$$

$$a_3 : \text{sr}^{-1} \text{ rad}^{-2}$$

$$a_4 : \text{sr}^{-1}$$

$$a_5 : \text{sr}^{-1} \text{ rad}^{-2}$$

$$a_6 : \text{sr}^{-1} \text{ rad}^{-2}$$

Die Winkel  $\theta_i, \nu, \theta_r, \psi$  werden in rad angegeben.

Tabelle A.13: Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Lackiertes Aluminium'

600.0000	0.0812	-0.0077	0.0127	-0.0164	0.4204	1.4987	19.5332
605.0000	0.1000	-0.0109	0.0145	-0.0165	0.4206	1.4915	20.1311
610.0000	0.1179	-0.0142	0.0161	-0.0167	0.4204	1.4945	20.7569
615.0000	0.1328	-0.0172	0.0168	-0.0157	0.4209	1.4950	21.0665
620.0000	0.1436	-0.0192	0.0172	-0.0156	0.4204	1.4944	21.3892
625.0000	0.1517	-0.0209	0.0170	-0.0146	0.4198	1.4940	21.4691
630.0000	0.1570	-0.0219	0.0168	-0.0142	0.4193	1.4985	21.6189
635.0000	0.1604	-0.0224	0.0165	-0.0139	0.4201	1.5040	21.7714
640.0000	0.1625	-0.0228	0.0161	-0.0135	0.4204	1.5001	21.7259
645.0000	0.1639	-0.0229	0.0157	-0.0134	0.4204	1.5007	21.7593
650.0000	0.1648	-0.0232	0.0157	-0.0130	0.4205	1.4992	21.7315
655.0000	0.1652	-0.0232	0.0158	-0.0132	0.4206	1.5042	21.8156
660.0000	0.1656	-0.0233	0.0158	-0.0130	0.4207	1.5037	21.7919
665.0000	0.1655	-0.0232	0.0153	-0.0126	0.4213	1.5032	21.7009
670.0000	0.1653	-0.0232	0.0150	-0.0122	0.4213	1.5059	21.6231
675.0000	0.1656	-0.0234	0.0149	-0.0116	0.4214	1.5112	21.5816
680.0000	0.1656	-0.0234	0.0155	-0.0122	0.4217	1.5046	21.6326
685.0000	0.1656	-0.0233	0.0153	-0.0121	0.4233	1.5003	21.5640
690.0000	0.1659	-0.0234	0.0158	-0.0124	0.4232	1.5065	21.7741
695.0000	0.1661	-0.0233	0.0154	-0.0121	0.4229	1.5098	21.7560
700.0000	0.1663	-0.0234	0.0154	-0.0118	0.4229	1.5129	21.7819
705.0000	0.1665	-0.0235	0.0154	-0.0119	0.4225	1.5165	21.8313
710.0000	0.1665	-0.0236	0.0157	-0.0121	0.4232	1.5165	21.9098
715.0000	0.1663	-0.0236	0.0160	-0.0123	0.4232	1.5149	21.9321
720.0000	0.1658	-0.0234	0.0163	-0.0128	0.4245	1.5106	22.0067
725.0000	0.1657	-0.0234	0.0164	-0.0127	0.4257	1.5121	22.0207
730.0000	0.1656	-0.0234	0.0160	-0.0124	0.4256	1.5171	22.0192
735.0000	0.1654	-0.0235	0.0160	-0.0122	0.4254	1.5185	22.0133
740.0000	0.1648	-0.0232	0.0159	-0.0123	0.4247	1.5197	22.0387
745.0000	0.1645	-0.0234	0.0157	-0.0118	0.4256	1.5349	22.0009
750.0000	0.1634	-0.0232	0.0154	-0.0115	0.4261	1.5521	22.0232
755.0000	0.1624	-0.0232	0.0155	-0.0113	0.4271	1.5520	21.7249
760.0000	0.1611	-0.0232	0.0156	-0.0110	0.4300	1.5060	21.3980
765.0000	0.1598	-0.0222	0.0164	-0.0128	0.4279	1.5179	22.1194
770.0000	0.1592	-0.0223	0.0158	-0.0122	0.4283	1.5216	21.9893
775.0000	0.1581	-0.0223	0.0159	-0.0121	0.4297	1.5289	21.9722
780.0000	0.1567	-0.0220	0.0157	-0.0121	0.4303	1.5224	21.8639
785.0000	0.1555	-0.0218	0.0158	-0.0122	0.4302	1.5252	21.8563
790.0000	0.1541	-0.0214	0.0159	-0.0122	0.4310	1.5277	21.9644
795.0000	0.1526	-0.0210	0.0160	-0.0130	0.4313	1.5273	22.0279
800.0000	0.1512	-0.0208	0.0161	-0.0132	0.4314	1.5315	22.0278
805.0000	0.1498	-0.0205	0.0163	-0.0135	0.4316	1.5409	22.1360
810.0000	0.1484	-0.0204	0.0159	-0.0131	0.4325	1.5431	22.0203
815.0000	0.1470	-0.0200	0.0161	-0.0136	0.4332	1.5372	22.0555
820.0000	0.1455	-0.0196	0.0159	-0.0135	0.4327	1.5343	21.9805
825.0000	0.1442	-0.0195	0.0159	-0.0133	0.4328	1.5409	21.9502
830.0000	0.1428	-0.0191	0.0158	-0.0134	0.4322	1.5363	21.9528
835.0000	0.1417	-0.0189	0.0155	-0.0133	0.4321	1.5443	21.9797
840.0000	0.1405	-0.0188	0.0158	-0.0133	0.4327	1.5502	21.9850
845.0000	0.1392	-0.0184	0.0153	-0.0132	0.4322	1.574	22.0849
850.0000	0.1382	-0.0184	0.0158	-0.0136	0.4325	1.5884	22.0849
855.0000	0.1370	-0.0180	0.0157	-0.0138	0.4334	1.5639	22.1392
860.0000	0.1361	-0.0179	0.0160	-0.0141	0.4332	1.5747	22.2722
865.0000	0.1351	-0.0178	0.0156	-0.0135	0.4327	1.5758	22.1504
870.0000	0.1343	-0.0178	0.0153	-0.0132	0.4328	1.5904	22.1514
875.0000	0.1336	-0.0179	0.0153	-0.0128	0.4330	1.594	22.1486
880.0000	0.1326	-0.0176	0.0154	-0.0130	0.4347	1.6025	22.2241
885.0000	0.1318	-0.0174	0.0154	-0.0132	0.4344	1.5946	22.2008
890.0000	0.1311	-0.0173	0.0154	-0.0132	0.4347	1.6063	22.2008
895.0000	0.1306	-0.0173	0.0153	-0.0131	0.4347	1.6063	22.2944
900.0000	0.1299	-0.0171	0.0154	-0.0133	0.4357	1.5949	22.2251

Tabelle A.14: Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Plastik'

600.0000	0.2345	-0.0331	-0.0080	0.0028	0.0747	0.9675	8.3553
605.0000	0.2358	-0.0334	-0.0081	0.0032	0.0748	0.9655	8.4466
610.0000	0.2370	-0.0333	-0.0086	0.0037	0.0748	0.9641	8.4754
615.0000	0.2389	-0.0340	-0.0084	0.0042	0.0744	0.9659	8.4275
620.0000	0.2404	-0.0339	-0.0088	0.0043	0.0739	0.9667	8.4787
625.0000	0.2423	-0.0345	-0.0087	0.0047	0.0732	0.9693	8.4952
630.0000	0.2442	-0.0345	-0.0088	0.0050	0.0725	0.9733	8.4292
635.0000	0.2460	-0.0350	-0.0093	0.0055	0.0722	0.9749	8.4473
640.0000	0.2476	-0.0353	-0.0094	0.0061	0.0719	0.9760	8.5027
645.0000	0.2496	-0.0356	-0.0098	0.0066	0.0713	0.9779	8.4094
650.0000	0.2518	-0.0361	-0.0099	0.0073	0.0708	0.9801	8.3932
655.0000	0.2537	-0.0363	-0.0102	0.0077	0.0701	0.9830	8.4179
660.0000	0.2561	-0.0368	-0.0107	0.0084	0.0700	0.9838	8.4132
665.0000	0.2577	-0.0369	-0.0112	0.0091	0.0697	0.9856	8.3822
670.0000	0.2594	-0.0371	-0.0116	0.0098	0.0694	0.9876	8.3607
675.0000	0.2615	-0.0377	-0.0117	0.0105	0.0688	0.9913	8.2681
680.0000	0.2631	-0.0379	-0.0118	0.0106	0.0684	0.9932	8.2474
685.0000	0.2641	-0.0380	-0.0119	0.0112	0.0685	0.9886	8.1962
690.0000	0.2665	-0.0387	-0.0118	0.0116	0.0677	0.9924	8.2223
695.0000	0.2673	-0.0387	-0.0121	0.0119	0.0671	0.9958	8.2310
700.0000	0.2679	-0.0387	-0.0122	0.0121	0.0670	0.9966	8.2042
705.0000	0.2681	-0.0387	-0.0122	0.0122	0.0665	0.9991	8.2226
710.0000	0.2682	-0.0386	-0.0122	0.0123	0.0660	1.0016	8.2411
715.0000	0.2682	-0.0388	-0.0117	0.0125	0.0655	1.0032	8.1802
720.0000	0.2698	-0.0392	-0.0116	0.0131	0.0650	1.0021	8.1135
725.0000	0.2707	-0.0393	-0.0118	0.0135	0.0651	0.9979	8.0270
730.0000	0.2717	-0.0395	-0.0120	0.0140	0.0644	1.0029	8.0283
735.0000	0.2715	-0.0393	-0.0122	0.0143	0.0642	1.0032	8.0677
740.0000	0.2714	-0.0393	-0.0122	0.0143	0.0637	1.0079	8.0404
745.0000	0.2713	-0.0392	-0.0122	0.0143	0.0631	1.0126	8.0131
750.0000	0.2710	-0.0391	-0.0122	0.0146	0.0629	1.0149	8.0708
755.0000	0.2711	-0.0394	-0.0118	0.0146	0.0626	1.0101	8.1187
760.0000	0.2699	-0.0388	-0.0128	0.0152	0.0626	1.0066	7.9852
765.0000	0.2712	-0.0390	-0.0127	0.0153	0.0620	1.0107	7.9316
770.0000	0.2726	-0.0392	-0.0126	0.0155	0.0614	1.0148	7.8781
775.0000	0.2726	-0.0392	-0.0124	0.0155	0.0613	1.0142	7.9234
780.0000	0.2727	-0.0392	-0.0122	0.0158	0.0609	1.0158	7.9725
785.0000	0.2730	-0.0395	-0.0119	0.0158	0.0603	1.0190	7.9943
790.0000	0.2732	-0.0396	-0.0118	0.0159	0.0605	1.0149	7.9751
795.0000	0.2733	-0.0394	-0.0120	0.0160	0.0598	1.0189	7.9362
800.0000	0.2733	-0.0394	-0.0119	0.0161	0.0595	1.0211	7.8634
805.0000	0.2733	-0.0395	-0.0119	0.0162	0.0591	1.0233	7.7907
810.0000	0.2732	-0.0395	-0.0117	0.0164	0.0591	1.0217	7.7891
815.0000	0.2733	-0.0396	-0.0114	0.0161	0.0589	1.0198	7.7590
820.0000	0.2735	-0.0397	-0.0116	0.0168	0.0584	1.0225	7.6747
825.0000	0.2735	-0.0393	-0.0120	0.0167	0.0581	1.0235	7.7218
830.0000	0.2736	-0.0393	-0.0120	0.0168	0.0574	1.0270	7.7210
835.0000	0.2737	-0.0391	-0.0123	0.0171	0.0571	1.0297	7.6443
840.0000	0.2736	-0.0394	-0.0119	0.0171	0.0572	1.0280	7.6847
845.0000	0.2732	-0.0389	-0.0123	0.0171	0.0571	1.0266	7.8028
850.0000	0.2729	-0.0389	-0.0121	0.0166	0.0564	1.0289	7.9826
855.0000	0.2717	-0.0389	-0.0120	0.0168	0.0566	1.0238	7.8529
860.0000	0.2693	-0.0384	-0.0114	0.0159	0.0562	1.0207	7.8865
865.0000	0.2638	-0.0374	-0.0106	0.0148	0.0554	1.0247	7.8654
870.0000	0.2561	-0.0362	-0.0092	0.0133	0.0550	1.0281	7.9277
875.0000	0.2504	-0.0352	-0.0086	0.0123	0.0545	1.0367	7.9806
880.0000	0.2544	-0.0360	-0.0086	0.0131	0.0548	1.0370	8.0197
885.0000	0.2630	-0.0371	-0.0106	0.0153	0.0551	1.0367	7.7908
890.0000	0.2684	-0.0380	-0.0116	0.0167	0.0551	1.0376	7.7337
895.0000	0.2695	-0.0384	-0.0113	0.0165	0.0549	1.0345	7.5959
900.0000	0.2691	-0.0386	-0.0108	0.0162	0.0541	1.0388	7.6219

Tabelle A.15: Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Gehwegplatte'

600.0000	0.0529	0.0049	-0.0036	0.0081	0.0105	1.3359	2.2011
605.0000	0.0529	0.0051	-0.0039	0.0085	0.0103	1.3489	2.2103
610.0000	0.0529	0.0052	-0.0040	0.0086	0.0101	1.3588	2.2257
615.0000	0.0532	0.0052	-0.0042	0.0088	0.0098	1.3790	2.2609
620.0000	0.0529	0.0054	-0.0044	0.0089	0.0099	1.3748	2.2189
625.0000	0.0529	0.0056	-0.0046	0.0091	0.0099	1.3780	2.2030
630.0000	0.0527	0.0058	-0.0049	0.0093	0.0100	1.3741	2.1854
635.0000	0.0527	0.0059	-0.0050	0.0095	0.0100	1.3784	2.1719
640.0000	0.0528	0.0058	-0.0048	0.0092	0.0097	1.3813	2.1988
645.0000	0.0528	0.0059	-0.0049	0.0093	0.0098	1.3904	2.1913
650.0000	0.0526	0.0062	-0.0053	0.0094	0.0099	1.3911	2.1671
655.0000	0.0529	0.0060	-0.0051	0.0093	0.0096	1.4057	2.1923
660.0000	0.0530	0.0061	-0.0054	0.0095	0.0096	1.4112	2.1846
665.0000	0.0530	0.0060	-0.0052	0.0093	0.0095	1.4162	2.1908
670.0000	0.0530	0.0062	-0.0055	0.0094	0.0094	1.4228	2.1964
675.0000	0.0530	0.0062	-0.0056	0.0095	0.0094	1.4243	2.2082
680.0000	0.0531	0.0062	-0.0056	0.0095	0.0095	1.4252	2.1875
685.0000	0.0531	0.0061	-0.0054	0.0091	0.0093	1.4309	2.2183
690.0000	0.0532	0.0061	-0.0055	0.0093	0.0092	1.4405	2.1945
695.0000	0.0531	0.0064	-0.0059	0.0095	0.0093	1.4387	2.1774
700.0000	0.0532	0.0063	-0.0058	0.0094	0.0093	1.4433	2.1716
705.0000	0.0533	0.0063	-0.0058	0.0093	0.0091	1.4511	2.1502
710.0000	0.0532	0.0064	-0.0059	0.0092	0.0091	1.4510	2.1590
715.0000	0.0530	0.0064	-0.0058	0.0090	0.0092	1.4469	2.1709
720.0000	0.0527	0.0065	-0.0058	0.0089	0.0093	1.4412	2.1643
725.0000	0.0527	0.0065	-0.0058	0.0087	0.0093	1.4397	2.1634
730.0000	0.0528	0.0066	-0.0060	0.0089	0.0093	1.4444	2.1565
735.0000	0.0529	0.0066	-0.0061	0.0089	0.0091	1.4432	2.1475
740.0000	0.0528	0.0067	-0.0062	0.0089	0.0091	1.4554	2.1420
745.0000	0.0531	0.0065	-0.0060	0.0088	0.0090	1.4623	2.1639
750.0000	0.0531	0.0065	-0.0060	0.0087	0.0088	1.4691	2.1679
755.0000	0.0536	0.0062	-0.0055	0.0082	0.0082	1.5056	2.2380
760.0000	0.0538	0.0059	-0.0050	0.0074	0.0079	1.5212	2.4875
765.0000	0.0534	0.0066	-0.0062	0.0087	0.0087	1.4858	2.2283
770.0000	0.0529	0.0068	-0.0065	0.0088	0.0090	1.4740	2.1367
775.0000	0.0528	0.0068	-0.0063	0.0087	0.0090	1.4727	2.1354
780.0000	0.0529	0.0067	-0.0061	0.0086	0.0089	1.4798	2.1683
785.0000	0.0528	0.0068	-0.0063	0.0084	0.0088	1.4849	2.1600
790.0000	0.0527	0.0069	-0.0064	0.0083	0.0089	1.4778	2.1558
795.0000	0.0526	0.0070	-0.0065	0.0082	0.0089	1.4816	2.1565
800.0000	0.0524	0.0071	-0.0066	0.0082	0.0091	1.4740	2.1404
805.0000	0.0525	0.0070	-0.0065	0.0082	0.0090	1.4765	2.1319
810.0000	0.0523	0.0071	-0.0064	0.0081	0.0091	1.4743	2.1445
815.0000	0.0522	0.0071	-0.0063	0.0079	0.0092	1.4692	2.1654
820.0000	0.0524	0.0071	-0.0064	0.0080	0.0090	1.4820	2.1601
825.0000	0.0523	0.0071	-0.0064	0.0081	0.0091	1.4786	2.1755
830.0000	0.0524	0.0071	-0.0065	0.0080	0.0090	1.4867	2.1751
835.0000	0.0526	0.0071	-0.0066	0.0080	0.0088	1.4942	2.1864
840.0000	0.0524	0.0072	-0.0066	0.0080	0.0089	1.4925	2.1795
845.0000	0.0525	0.0072	-0.0064	0.0078	0.0088	1.4972	2.2048
850.0000	0.0524	0.0072	-0.0066	0.0077	0.0087	1.5016	2.2179
855.0000	0.0523	0.0072	-0.0066	0.0076	0.0087	1.5010	2.2097
860.0000	0.0524	0.0072	-0.0066	0.0077	0.0087	1.5068	2.1908
865.0000	0.0524	0.0072	-0.0065	0.0075	0.0087	1.5064	2.2083
870.0000	0.0525	0.0071	-0.0064	0.0073	0.0085	1.5191	2.2465
875.0000	0.0525	0.0071	-0.0062	0.0071	0.0085	1.5172	2.2740
880.0000	0.0522	0.0072	-0.0063	0.0071	0.0087	1.5105	2.2839
885.0000	0.0523	0.0072	-0.0064	0.0071	0.0086	1.5142	2.2574
890.0000	0.0523	0.0072	-0.0064	0.0070	0.0085	1.5158	2.2851
895.0000	0.0521	0.0072	-0.0062	0.0069	0.0087	1.5117	2.2641
900.0000	0.0522	0.0072	-0.0063	0.0068	0.0086	1.5183	2.2751

Tabelle A.16: Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Schieferitplatte'

600.0000	0.0150	0.0028	-0.0043	-0.0001	0.0722	1.6533	5.0647
605.0000	0.0150	0.0028	-0.0043	0.0001	0.0711	1.6527	4.9595
610.0000	0.0150	0.0029	-0.0044	0.0002	0.0709	1.6524	4.9276
615.0000	0.0150	0.0029	-0.0044	0.0001	0.0711	1.6523	4.9662
620.0000	0.0149	0.0030	-0.0044	0.0001	0.0708	1.6528	4.9232
625.0000	0.0151	0.0027	-0.0043	0.0002	0.0703	1.6568	4.8854
630.0000	0.0150	0.0028	-0.0042	0.0001	0.0702	1.6571	4.8502
635.0000	0.0151	0.0027	-0.0042	0.0001	0.0702	1.6639	4.8813
640.0000	0.0150	0.0028	-0.0042	0.0001	0.0701	1.6610	4.8615
645.0000	0.0150	0.0028	-0.0042	0.0001	0.0701	1.6618	4.8628
650.0000	0.0149	0.0029	-0.0043	0.0001	0.0702	1.6598	4.8400
655.0000	0.0151	0.0027	-0.0041	0.0001	0.0704	1.6654	4.8744
660.0000	0.0151	0.0028	-0.0042	0.0001	0.0703	1.6634	4.8413
665.0000	0.0152	0.0027	-0.0042	0.0001	0.0703	1.6638	4.8368
670.0000	0.0152	0.0027	-0.0042	0.0001	0.0702	1.6664	4.8289
675.0000	0.0154	0.0027	-0.0042	0.0001	0.0705	1.6687	4.8424
680.0000	0.0153	0.0027	-0.0042	0.0002	0.0705	1.6642	4.8077
685.0000	0.0154	0.0027	-0.0042	0.0002	0.0708	1.6604	4.8301
690.0000	0.0155	0.0027	-0.0041	0.0003	0.0707	1.6643	4.8090
695.0000	0.0156	0.0026	-0.0041	0.0004	0.0703	1.6693	4.7873
700.0000	0.0156	0.0026	-0.0041	0.0004	0.0704	1.6689	4.7859
705.0000	0.0158	0.0025	-0.0041	0.0005	0.0703	1.6722	4.7747
710.0000	0.0160	0.0024	-0.0040	0.0006	0.0702	1.6715	4.7710
715.0000	0.0160	0.0023	-0.0039	0.0007	0.0704	1.6729	4.7905
720.0000	0.0158	0.0024	-0.0040	0.0008	0.0704	1.6737	4.7847
725.0000	0.0161	0.0022	-0.0038	0.0008	0.0706	1.6762	4.8226
730.0000	0.0159	0.0023	-0.0038	0.0008	0.0706	1.6798	4.7922
735.0000	0.0163	0.0021	-0.0038	0.0009	0.0702	1.6858	4.8015
740.0000	0.0161	0.0022	-0.0039	0.0009	0.0702	1.6800	4.7848
745.0000	0.0163	0.0021	-0.0038	0.0009	0.0703	1.6857	4.8191
750.0000	0.0164	0.0020	-0.0037	0.0009	0.0708	1.6979	4.8822
755.0000	0.0164	0.0021	-0.0038	0.0008	0.0710	1.6828	4.8966
760.0000	0.0161	0.0026	-0.0041	0.0003	0.0729	1.6678	5.1258
765.0000	0.0155	0.0029	-0.0044	0.0005	0.0728	1.6716	4.8970
770.0000	0.0159	0.0023	-0.0039	0.0007	0.0713	1.6666	4.8380
775.0000	0.0160	0.0021	-0.0038	0.0008	0.0712	1.6930	4.8668
780.0000	0.0161	0.0021	-0.0037	0.0008	0.0713	1.6894	4.8698
785.0000	0.0159	0.0021	-0.0036	0.0008	0.0713	1.6915	4.8679
790.0000	0.0158	0.0021	-0.0037	0.0008	0.0717	1.6911	4.8928
795.0000	0.0157	0.0022	-0.0037	0.0007	0.0717	1.6884	4.8859
800.0000	0.0155	0.0022	-0.0037	0.0007	0.0715	1.6862	4.8543
805.0000	0.0154	0.0023	-0.0038	0.0006	0.0719	1.6855	4.8977
810.0000	0.0152	0.0024	-0.0038	0.0006	0.0719	1.6841	4.8920
815.0000	0.0150	0.0024	-0.0038	0.0005	0.0722	1.6775	4.9165
820.0000	0.0147	0.0026	-0.0039	0.0005	0.0719	1.6744	4.8627
825.0000	0.0146	0.0026	-0.0038	0.0004	0.0722	1.6806	4.8985
830.0000	0.0144	0.0027	-0.0039	0.0003	0.0722	1.6740	4.8985
835.0000	0.0144	0.0026	-0.0039	0.0003	0.0722	1.6805	4.8764
840.0000	0.0143	0.0027	-0.0039	0.0003	0.0722	1.6794	4.8871
845.0000	0.0141	0.0027	-0.0038	0.0001	0.0726	1.6863	4.9551
850.0000	0.0138	0.0029	-0.0040	0.0001	0.0725	1.6746	4.9096
855.0000	0.0138	0.0028	-0.0039	0.0000	0.0726	1.6717	4.9336
860.0000	0.0137	0.0028	-0.0039	-0.0000	0.0728	1.6762	4.9531
865.0000	0.0136	0.0028	-0.0038	-0.0000	0.0724	1.6698	4.9178
870.0000	0.0136	0.0028	-0.0039	-0.0002	0.0731	1.6743	4.9914
875.0000	0.0134	0.0029	-0.0039	-0.0002	0.0735	1.6760	5.0375
880.0000	0.0130	0.0030	-0.0039	-0.0002	0.0733	1.6774	4.9950
885.0000	0.0132	0.0029	-0.0038	-0.0003	0.0732	1.6887	5.0539
890.0000	0.0131	0.0028	-0.0037	-0.0004	0.0733	1.6897	5.0651
895.0000	0.0133	0.0026	-0.0035	-0.0004	0.0739	1.6955	5.1638
900.0000	0.0134	0.0025	-0.0034	-0.0004	0.0747	1.7052	5.2596

Tabelle A.17: Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Bestreute Dachpappe'

600.0000	0.0160	0.0054	-0.0021	-0.0050	0.0263	1.0934	2.5279
605.0000	0.0157	0.0054	-0.0021	-0.0048	0.0262	1.0963	2.4790
610.0000	0.0155	0.0055	-0.0023	-0.0049	0.0262	1.0976	2.4834
615.0000	0.0159	0.0054	-0.0020	-0.0052	0.0257	1.1056	2.5694
620.0000	0.0157	0.0054	-0.0020	-0.0050	0.0257	1.1075	2.5033
625.0000	0.0155	0.0054	-0.0021	-0.0050	0.0257	1.1080	2.5070
630.0000	0.0154	0.0055	-0.0020	-0.0050	0.0256	1.1113	2.4904
635.0000	0.0155	0.0053	-0.0020	-0.0050	0.0254	1.1169	2.5241
640.0000	0.0156	0.0053	-0.0019	-0.0051	0.0253	1.1187	2.5305
645.0000	0.0156	0.0053	-0.0018	-0.0051	0.0252	1.1207	2.5201
650.0000	0.0157	0.0053	-0.0018	-0.0054	0.0251	1.1243	2.5988
655.0000	0.0157	0.0051	-0.0018	-0.0054	0.0250	1.1283	2.6152
660.0000	0.0158	0.0052	-0.0016	-0.0055	0.0247	1.1370	2.6649
665.0000	0.0160	0.0052	-0.0017	-0.0057	0.0247	1.1374	2.6502
670.0000	0.0160	0.0052	-0.0017	-0.0057	0.0246	1.1419	2.7227
675.0000	0.0164	0.0050	-0.0015	-0.0060	0.0243	1.1419	2.8086
680.0000	0.0163	0.0051	-0.0015	-0.0061	0.0243	1.1458	2.8086
685.0000	0.0162	0.0051	-0.0015	-0.0062	0.0244	1.1433	2.8310
690.0000	0.0164	0.0051	-0.0014	-0.0063	0.0244	1.1410	2.8244
695.0000	0.0165	0.0050	-0.0013	-0.0063	0.0242	1.1470	2.8551
700.0000	0.0165	0.0050	-0.0013	-0.0062	0.0240	1.1504	2.8576
705.0000	0.0165	0.0050	-0.0014	-0.0060	0.0240	1.1533	2.8378
710.0000	0.0165	0.0050	-0.0014	-0.0059	0.0241	1.1550	2.8122
715.0000	0.0165	0.0050	-0.0014	-0.0061	0.0242	1.1547	2.7945
720.0000	0.0164	0.0051	-0.0015	-0.0061	0.0244	1.1498	2.8260
725.0000	0.0166	0.0051	-0.0014	-0.0062	0.0242	1.1465	2.8177
730.0000	0.0167	0.0051	-0.0015	-0.0062	0.0242	1.1494	2.8182
735.0000	0.0171	0.0050	-0.0015	-0.0062	0.0240	1.1523	2.8558
740.0000	0.0172	0.0050	-0.0015	-0.0062	0.0239	1.1574	2.8775
745.0000	0.0174	0.0050	-0.0016	-0.0062	0.0239	1.1608	2.8851
750.0000	0.0176	0.0049	-0.0016	-0.0063	0.0238	1.1667	2.9135
755.0000	0.0181	0.0049	-0.0017	-0.0063	0.0237	1.1695	2.9336
760.0000	0.0189	0.0045	-0.0004	-0.0080	0.0236	1.1659	3.0417
765.0000	0.0185	0.0050	-0.0012	-0.0073	0.0235	1.1559	3.3266
770.0000	0.0185	0.0048	-0.0013	-0.0066	0.0237	1.1707	3.1319
775.0000	0.0183	0.0049	-0.0016	-0.0063	0.0239	1.1753	3.0130
780.0000	0.0186	0.0049	-0.0017	-0.0061	0.0239	1.1745	2.9458
785.0000	0.0185	0.0050	-0.0018	-0.0062	0.0239	1.1752	2.9425
790.0000	0.0186	0.0051	-0.0020	-0.0064	0.0239	1.1756	2.9209
795.0000	0.0187	0.0051	-0.0020	-0.0063	0.0240	1.1747	2.9445
800.0000	0.0185	0.0052	-0.0021	-0.0063	0.0242	1.1747	2.8851
805.0000	0.0187	0.0051	-0.0020	-0.0063	0.0241	1.1719	2.8851
810.0000	0.0188	0.0052	-0.0020	-0.0065	0.0242	1.1738	2.8910
815.0000	0.0186	0.0052	-0.0018	-0.0066	0.0244	1.1739	2.9556
820.0000	0.0187	0.0051	-0.0019	-0.0066	0.0244	1.1672	2.9305
825.0000	0.0187	0.0052	-0.0019	-0.0066	0.0242	1.1744	2.9438
830.0000	0.0188	0.0051	-0.0019	-0.0066	0.0243	1.1738	2.9438
835.0000	0.0191	0.0049	-0.0016	-0.0068	0.0242	1.1754	2.9457
840.0000	0.0190	0.0050	-0.0017	-0.0069	0.0239	1.1754	2.9725
845.0000	0.0189	0.0050	-0.0017	-0.0069	0.0240	1.1803	3.0047
850.0000	0.0190	0.0050	-0.0016	-0.0071	0.0241	1.1788	3.0221
855.0000	0.0190	0.0050	-0.0015	-0.0072	0.0241	1.1785	3.0298
860.0000	0.0188	0.0050	-0.0015	-0.0072	0.0243	1.1739	3.0637
865.0000	0.0190	0.0049	-0.0015	-0.0072	0.0243	1.1712	3.0452
870.0000	0.0189	0.0049	-0.0013	-0.0073	0.0241	1.1768	3.0760
875.0000	0.0192	0.0048	-0.0012	-0.0076	0.0243	1.1710	3.0890
880.0000	0.0191	0.0048	-0.0011	-0.0079	0.0242	1.1727	3.1732
885.0000	0.0190	0.0048	-0.0010	-0.0080	0.0243	1.1710	3.2317
890.0000	0.0191	0.0047	-0.0010	-0.0080	0.0244	1.1705	3.2214
895.0000	0.0191	0.0047	-0.0010	-0.0080	0.0244	1.1698	3.2075
900.0000	0.0191	0.0048	-0.0009	-0.0084	0.0247	1.1717	3.2884
	0.0189	0.0048	-0.0009	-0.0084	0.0247	1.1669	3.3018
					0.0250	1.1605	3.2640

Tabelle A.18: Koeffizienten der modellierten BRDF der Probe 'Rote Dachziegel'

600.0000	0.0643	0.0146	-0.0120	-0.0104	0.0372	1.1055	2.1037
605.0000	0.0669	0.0142	-0.0122	-0.0099	0.0370	1.1120	2.0895
610.0000	0.0691	0.0139	-0.0123	-0.0095	0.0367	1.1174	2.0845
615.0000	0.0711	0.0135	-0.0125	-0.0093	0.0363	1.1231	2.0972
620.0000	0.0718	0.0136	-0.0128	-0.0089	0.0367	1.1208	2.0682
625.0000	0.0731	0.0133	-0.0126	-0.0089	0.0367	1.1229	2.0695
630.0000	0.0740	0.0133	-0.0126	-0.0089	0.0366	1.1267	2.0677
635.0000	0.0748	0.0132	-0.0126	-0.0088	0.0365	1.1306	2.0612
640.0000	0.0759	0.0130	-0.0123	-0.0089	0.0363	1.1352	2.0751
645.0000	0.0769	0.0129	-0.0123	-0.0088	0.0363	1.1373	2.0686
650.0000	0.0778	0.0128	-0.0123	-0.0087	0.0364	1.1402	2.0681
655.0000	0.0793	0.0126	-0.0121	-0.0088	0.0361	1.1451	2.0867
660.0000	0.0806	0.0123	-0.0121	-0.0085	0.0361	1.1489	2.0830
665.0000	0.0820	0.0121	-0.0120	-0.0083	0.0361	1.1510	2.0839
670.0000	0.0837	0.0117	-0.0119	-0.0081	0.0359	1.1556	2.0893
675.0000	0.0851	0.0118	-0.0125	-0.0075	0.0360	1.1565	2.0777
680.0000	0.0862	0.0119	-0.0128	-0.0073	0.0365	1.1517	2.0666
685.0000	0.0880	0.0118	-0.0132	-0.0071	0.0363	1.1536	2.0627
690.0000	0.0898	0.0118	-0.0139	-0.0066	0.0365	1.1542	2.0399
695.0000	0.0919	0.0115	-0.0142	-0.0061	0.0366	1.1556	2.0315
700.0000	0.0939	0.0113	-0.0146	-0.0055	0.0366	1.1595	2.0225
705.0000	0.0958	0.0113	-0.0154	-0.0045	0.0368	1.1605	1.9873
710.0000	0.0976	0.0113	-0.0161	-0.0038	0.0372	1.1571	1.9613
715.0000	0.0996	0.0111	-0.0167	-0.0034	0.0374	1.1532	1.9384
720.0000	0.1009	0.0114	-0.0178	-0.0029	0.0376	1.1523	1.9027
725.0000	0.1024	0.0115	-0.0188	-0.0019	0.0383	1.1461	1.8738
730.0000	0.1043	0.0115	-0.0196	-0.0011	0.0385	1.1479	1.8525
735.0000	0.1060	0.0114	-0.0203	-0.0002	0.0387	1.1478	1.8248
740.0000	0.1075	0.0112	-0.0207	0.0005	0.0391	1.1453	1.8201
745.0000	0.1089	0.0111	-0.0210	0.0011	0.0395	1.1444	1.8214
750.0000	0.1102	0.0109	-0.0213	0.0014	0.0394	1.1488	1.8107
755.0000	0.1118	0.0110	-0.0217	0.0015	0.0397	1.1412	1.7927
760.0000	0.1129	0.0106	-0.0215	0.0006	0.0381	1.1552	1.8758
765.0000	0.1129	0.0116	-0.0234	0.0007	0.0382	1.1642	1.8799
770.0000	0.1121	0.0113	-0.0229	0.0022	0.0392	1.1507	1.7730
775.0000	0.1120	0.0112	-0.0227	0.0025	0.0406	1.1438	1.7706
780.0000	0.1119	0.0113	-0.0227	0.0025	0.0406	1.1426	1.7689
785.0000	0.1118	0.0113	-0.0225	0.0020	0.0402	1.1471	1.7756
790.0000	0.1117	0.0111	-0.0220	0.0015	0.0400	1.1469	1.7855
795.0000	0.1110	0.0111	-0.0220	0.0014	0.0402	1.1459	1.7922
800.0000	0.1110	0.0116	-0.0221	0.0014	0.0406	1.1434	1.7837
805.0000	0.1118	0.0117	-0.0220	0.0012	0.0406	1.1449	1.7894
810.0000	0.1087	0.0117	-0.0214	0.0006	0.0404	1.1457	1.8056
815.0000	0.1079	0.0119	-0.0212	-0.0001	0.0401	1.1470	1.8154
820.0000	0.1074	0.0118	-0.0207	-0.0007	0.0397	1.1512	1.8317
825.0000	0.1070	0.0116	-0.0202	-0.0011	0.0395	1.1555	1.8432
830.0000	0.1063	0.0117	-0.0199	-0.0013	0.0397	1.1523	1.8617
835.0000	0.1060	0.0115	-0.0195	-0.0016	0.0394	1.1562	1.8699
840.0000	0.1053	0.0116	-0.0193	-0.0017	0.0393	1.1582	1.8728
845.0000	0.1043	0.0119	-0.0194	-0.0016	0.0397	1.1546	1.8675
850.0000	0.1039	0.0117	-0.0192	-0.0018	0.0395	1.1573	1.8826
855.0000	0.1033	0.0118	-0.0192	-0.0019	0.0394	1.1604	1.8890
860.0000	0.1040	0.0115	-0.0187	-0.0021	0.0392	1.1657	1.8925
865.0000	0.1037	0.0117	-0.0190	-0.0018	0.0394	1.1657	1.8925
870.0000	0.1043	0.0113	-0.0188	-0.0019	0.0388	1.1734	1.9085
875.0000	0.1043	0.0113	-0.0188	-0.0018	0.0390	1.1749	1.9152
880.0000	0.1045	0.0112	-0.0191	-0.0015	0.0388	1.1821	1.9047
885.0000	0.1048	0.0112	-0.0193	-0.0012	0.0390	1.1826	1.8995
890.0000	0.1057	0.0110	-0.0196	-0.0011	0.0384	1.1916	1.9096
895.0000	0.1059	0.0112	-0.0200	-0.0010	0.0386	1.1911	1.8912
900.0000	0.1068	0.0110	-0.0205	-0.0009	0.0386	1.1911	1.8912

## A.8 Werte der Kovarianzmatrix der BRDF-Koeffizienten

In diesem Abschnitt werden die Werte der Kovarianzmatrizen der Koeffizienten  $a_0, a_1, \dots, a_6$  der Funktion 'Walthall m.S.m.' für die Wellenlänge  $\lambda = 750$  nm angegeben. Die Kovarianzmatrizen sind immer symmetrisch, so daß die Unterscheidung zwischen Zeilen und Spalten bedeutungslos ist. Um die Darstellung zu vereinfachen, wurden alle Werte mit 10.000 multipliziert. In der  $i$ -ten Zeile stehen jeweils die Werte für den Koeffizienten  $a_{(i-1)}$ , also z.B. in der ersten Zeile die Werte für den Koeffizienten  $a_0$ . Die Kovarianz der Koeffizienten  $a_2$  und  $a_3$  steht also in der 2. Zeile und der 3. Spalte (und in der 3. Zeile und der 2. Spalte). Im Falle der Probe 'Plastik' gilt also  $\text{cov}(a_2, a_3) = -3.5 \cdot 10^{-5} \text{ sr}^{-2} \text{ rad}^{-4}$ .

Die Einheit der Kovarianz ergibt sich jeweils aus dem Produkt der Einheiten der beiden Koeffizienten, die auf Seite 107 aufgeführt sind.

Soll  $\sigma_{f_r(\theta_i, \nu, \theta_r)}$  berechnet werden, der Fehler der modellierten BRDF an der Stelle  $(\theta_i, \nu, \theta_r)$  wird Formel A.5 von Seite 88 verwendet ( $f_r$  entspricht dort  $y$ ,  $a_i$  entspricht dort  $x_i$ ).

Bei einem Vergleich der Elemente der Kovarianzmatrix untereinander ist darauf zu achten, daß die Koeffizienten  $a_i$ , denen sie zugeordnet sind, von unterschiedlicher Größe sind. So ist z.B. bei allen Proben das Diagonalelement der ersten Zeile (Koeffizient  $a_0$ ) um mehrere Zehnerpotenzen (ca.  $10^4$ ) kleiner als das Diagonalelement der letzten Zeile (Koeffizient  $a_6$ ). Dies liegt daran, daß sich auch die Quadrate der Koeffizienten  $a_0$  und  $a_6$  um einige Zehnerpotenzen (wieder ca.  $10^4$ ) unterscheiden.

## Kovarianzmatrix der Probe Lackiertes Aluminium

0.153	-0.117	0.111	0.001	-0.130	0.266	10.684
-0.117	0.129	-0.197	0.012	0.087	-0.183	-10.554
0.111	-0.197	0.585	-0.161	-0.091	0.343	47.998
0.001	0.012	-0.161	0.169	0.031	-0.197	-32.007
-0.130	0.087	-0.091	0.031	8.928	-10.289	42.133
0.266	-0.183	0.343	-0.197	-10.289	33.773	254.624
10.684	-10.554	47.998	-32.007	42.133	254.624	30725.180

## Kovarianzmatrix der Probe Plastik

0.410	-0.320	0.289	-0.107	-0.337	2.852	52.016
-0.320	0.325	-0.350	0.116	0.248	-1.953	-32.867
0.289	-0.350	0.487	-0.163	-0.214	1.366	34.462
-0.107	0.116	-0.163	0.308	0.113	-0.456	-40.519
-0.337	0.248	-0.214	0.113	1.167	-9.387	-3.613
2.852	-1.953	1.366	-0.456	-9.387	103.058	185.435
52.016	-32.867	34.462	-40.519	-3.613	185.435	37476.355

## Kovarianzmatrix der Probe Gehwegplatte

0.138	-0.088	0.141	-0.119	-0.118	6.019	28.201
-0.088	0.068	-0.110	0.078	0.068	-3.371	-16.823
0.141	-0.110	0.207	-0.149	-0.111	5.179	35.208
-0.119	0.078	-0.149	0.153	0.110	-5.263	-31.502
-0.118	0.068	-0.111	0.110	0.118	-6.154	-23.684
6.019	-3.371	5.179	-5.263	-6.154	346.281	1151.784
28.201	-16.823	35.208	-31.502	-23.684	1151.784	9244.944

## Kovarianzmatrix der Probe Schieferitplatte

0.034	-0.026	0.021	0.001	-0.012	0.212	4.081
-0.026	0.025	-0.023	-0.004	0.017	-0.202	-2.065
0.021	-0.023	0.024	0.004	-0.016	0.167	1.312
0.001	-0.004	0.004	0.008	-0.009	0.058	-0.987
-0.012	0.017	-0.016	-0.009	0.548	-3.437	31.081
0.212	-0.202	0.167	0.058	-3.437	33.337	-157.677
4.081	-2.065	1.312	-0.987	31.081	-157.677	3054.246

## Kovarianzmatrix der Probe Bestreute Dachpappe

0.052	-0.028	0.024	-0.030	-0.038	0.869	8.830
-0.028	0.022	-0.024	0.011	0.021	-0.499	-2.881
0.024	-0.024	0.033	-0.011	-0.017	0.344	2.219
-0.030	0.011	-0.011	0.043	0.023	-0.363	-7.497
-0.038	0.021	-0.017	0.023	0.057	-1.324	-2.363
0.869	-0.499	0.344	-0.363	-1.324	49.367	50.886
8.830	-2.881	2.219	-7.497	-2.363	50.886	2967.806

## Kovarianzmatrix der Probe Rote Dachziegel

1.345	-0.630	0.934	-0.959	-1.205	13.160	59.416
-0.630	0.341	-0.493	0.416	0.528	-5.715	-25.790
0.934	-0.493	0.860	-0.742	-0.793	7.596	47.311
-0.959	0.416	-0.742	0.910	0.920	-9.066	-50.996
-1.205	0.528	-0.793	0.920	1.190	-13.199	-53.171
13.160	-5.715	7.596	-9.066	-13.199	182.370	543.693
59.416	-25.790	47.311	-50.996	-53.171	543.693	3530.264

# Literaturverzeichnis

- Bartsch, B., W. Armbruster, and S. Bakan (1994a). Use of OVID during EUCREX'94, Private Kopie. 1994.
- Bartsch, B., S. Bakan, and J. Fischer (1994b). Remote Sensing of Water Vapour within the Solar Spectrum. In *Atmospheric Sensing and Modelling*, Band 2311, Seite 197–206. SPIE, 1994.
- Blobel, V. and E. Lohrmann (Wintersemester 1993/1994). Statistische und numerische Methoden der Datenauswertung I. Gedrucktes Manuskript, Fachbereich Physik der Universität Hamburg, Wintersemester 1993/1994.
- Brandt, S. (1992). *Datenanalyse*. BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1992.
- da Silva Filho, P. N. and J. C. N. Epiphanyo (1993). Influence of irradiance on bidirectional reflectance factor measurements. *The International Society for Optical Engineering* **1938**, 232–239, 1993.
- Flasse, Stephane P., Michel M. Verstraete, Bernard Pinty, and Carol J. Bruegge (1993). Modeling Spectralon's bidirectional reflectance for in-flight calibration of Earth-orbiting sensors. *The International Society for Optical Engineering* **1938**, 100–108, 1993.
- Goel, N. S. and N. Reynolds (1989). Bidirectional canopy reflectance and its relationship to vegetation characteristics. *International Journal of Remote Sensing* **10**, 107–132, 1989.
- Hepp, T. (1994). Erzeugung multispektraler Reflektanzbilder zur automatisierten Bildauswertung, Diplomarbeit, Universität Hamburg, II. Inst. f. Experimentalphysik, CENSIS-REPORT-10-94, 1994.
- Horn, B. K. P. (1986). *Robot Vision*. MIT Press / McGraw-Hill, 1986.
- Jackson, R. D., T. Clarke, and S. Moran (1992). Bidirectional Calibration Results for 11 Spectralon and 16 BaSO<sub>4</sub> Reference Reflectance Panels. *Remote Sensing of Environment* **40**, 231–239, 1992.
- Kohlrausch, F. (1968). *Praktische Physik*, Band I. B.G. Teubner, 22. Auflage, Stuttgart, 1968.
- Kollewe, M. (1993). Fernerkundung von Wolken mit der Sauerstoff Absorptionsbande im nahen Infrarot. Dissertation, Zentrum für Meeres- und Klimaforschung der Universität Hamburg, Meteorologisches Institut, 1993.
- Kollewe, T. (1995). Vergleich multispektraler Flugzeugscanneraufnahmen mit Reflektanzmessungen am Boden, Diplomarbeit, Universität Hamburg, II. Inst. f. Experimentalphysik, 1995.
- Kraus, K. and W. Schneider (1988). *Fernerkundung*, Band I. Ferd. Dummlers Verlag, Bonn, 1988.
- Kriebel, K.T., W. Schlüter, and J. Sievers (1975). Zur Definition und Messung der spektralen Reflexion natürlicher Oberflächen. *Bildmessung und Luftbildwesen* **43** (1), 43–50, 1975.
- Krommer, Arnold R. and Christoph W. Ueberhuber (1994). *Numerical Integration on Advanced Computer Systems*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1994.

- Liang, S. and A. H. Strahler (1994). Retrieval of Surface BRDF from Multiangle Remotely Sensed Data. *Remote Sensing of Environment* **50**, 18–30, 1994.
- Milton, E. J. (1987). Principles of field spectroscopy – A Review. *International Journal of Remote Sensing* **8** (12), 1807–1827, 1987.
- Minnaert, M. (1941). The reciprocity principle in lunar photometry. *Astrophys. J.* **93**, 403–410, 1941.
- Nicodemus, F.E. (1970). Reflectance Nomenclature and Directional Reflectance and Emissivity. *Applied Optics* **9** (6), 1474–1475, 1970.
- Oren, M. and S.K. Nayar (1995). Generalization of the Lambertian Model and Implications for Machine Vision. *International Journal of Computer Vision* **14**, 227–251, 1995.
- Sandmeier, S., M.E. Schaepman, K.I. Itten, P. Meyer, and T. Kellenberger (1994). Spectral Signature Analysis Using a Field Goniometer Mounted Spectrometer. In ERIM, editor, *First International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition*, Strasbourg, France, 1994, Band 2, Seite 171–177. Environmental Research Institut of Michigan.
- Smith, F.G., J.S. Accetta, and D.L. Shumaker (1993). *The Infrared and Electro-Optical Systems Handbook*, Band 2. The International Society for Optical Engineering, Washington, 1993.
- Staylor, W. F. and J. T. Suttles (1986). Reflection and emission models for deserts derived from Nimbus-7 ERB scanner measurements. *J. Climate Appl. Meteorol.* **25**, 196–202, 1986.
- Torrance, K. and E. Sparrow (September 1967). Theory for off-specular reflection from rough surfaces. *Journal of the Optical Society of America* **57**, 1105–1114, September 1967.
- Völlger, C. (1993). Die Bestimmung der spektralen Reflexionsfunktion natürlicher Oberflächen bei Verwendung der Reziprozität. Dissertation, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Oberpfaffenhofen, 1993.
- Walthall, C. L., J. M. Norman, J. M. Welles, G. Campbell, and B. L. Blad (1985). Simple equation to approximate the bidirectional reflectance from vegetation canopies and bare soil surfaces. *Applied Optics* **24**, 383–387, 1985.
- Wiemker, R. (1995). Improved Color Constant Classification of Remotely Sensed Multispectral Imagery. In Stein, T.I., editor, *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Florence 1995, IGARSS '95*, Band II, Seite 1153–1155. IEEE, 1995.



## Erklärung

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbstständig und nur unter Zuhilfenahme der angegebenen Quellen angefertigt habe.

---

(Gerhard Meister)