Verhandlungen der 17. Wissenschaftlich-Technischen Jahrestagung der
Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung (DGPF), Frankfurt a.M., September 1997

Robuste unüberwachte Änderungsdetektion auf Multispektralbildern

RAFAEL WIEMKER [1]

Abstract: Change detection is a central task for land cover monitoring by remote sensing. It uses multitemporal image data sets in order to detect land cover changes from spectral discrepancies.
This paper describes a change detection strategy which integrates various concepts in order to make change detection robust against varying recording conditions, to utilize additional spatial features from local neighborhoods, and to enable unsupervised change detection. We consider change detection as an unsupervised classification problem with the two classes 'Change' and 'NoChange'. The decision can then be made by virtue of Bayes Rule.
We have successfully applied the described change detection strategy both to simulated imagery and real remotely sensed multispectral image data. The unsupervised iterative algorithm yields a color-coded probability image giving the Bayesian probability of 'Change' versus 'NoChange' for each pixel.

1 Einleitung

Änderungsdetektion ist eine zentrale Aufgabe für alle Arten von *Monitoring*-Aufgaben. Der Vergleich von Bildaufnahmen derselben Szene zu unterschiedlichen Zeitpunkten erlaubt die Aufdeckung von Änderungen, wie sie z.B. von jahreszeitlichen Schwankungen, baulichen Veränderungen, städtischer Entwicklung, Entwaldung, aber auch von Katastrophen wie Überschwemmungen, Erdrutschen, etc. hervorgerufen werden.

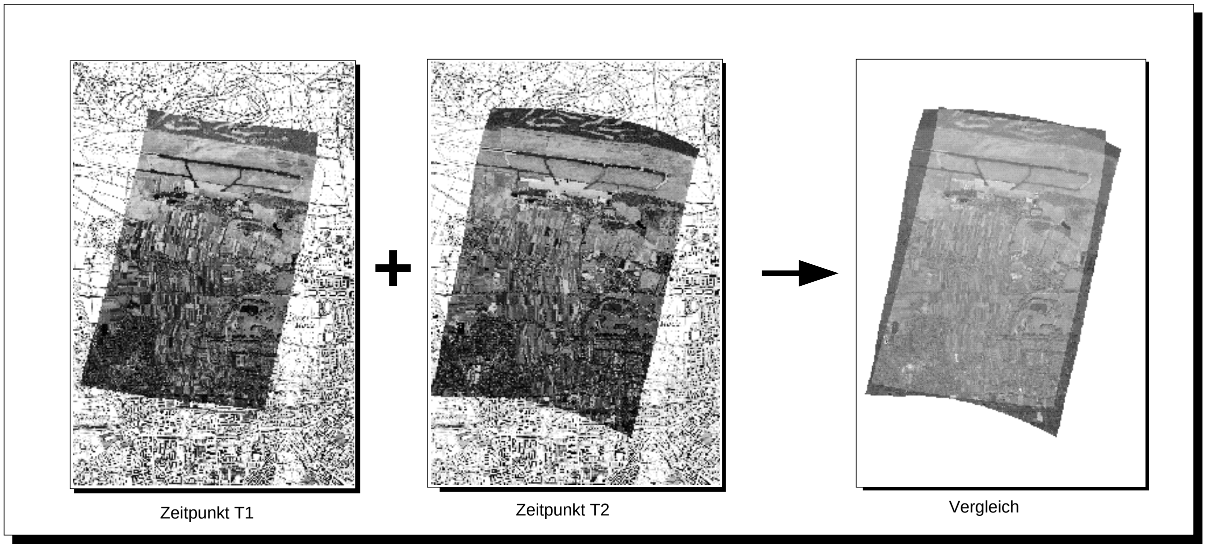
Während die Interpretation und der Vergleich von Grauwertbildern ein erhebliches 'Weltwissen' erfordert, ist die thematische Klassifikation und der Vergleich von Multispektralbildern der Automatisierung wesentlich zugänglicher (LILLESAND & KIEFER 1987, SINGH 1989, RICHARDS 1993, WIEMKER & SPITZER 1996, NIELSEN ET AL. 1997). Vergleichsweise einfache Algorithmen können das Reflektanzspektrum einer Bodenoberfläche zum Zeitpunkt T_1 mit seinem Spektrum zum Zeitpunkt T_2 vergleichen und aus der Ähnlichkeit bzw. Diskrepanz der Spektren eine Wahrscheinlichkeit dafür ableiten, daß eine Änderung stattgefunden hat.

1.1 Registrierung der Bilder

Notwendige Voraussetzung für den pixelweisen Vergleich der Multispektralbänder ist eine vorhergehende Entzerrung, sowie eine Geokodierung oder eine Registrierung der zu vergleichenden Bilder. Für Aufnahmen von flugzeuggetragenen Zeilenscannern erfolgt die

[1] Universität Hamburg, Arbeitsgruppe CENSIS, II. Institut für Experimentalphysik
email: wiemker@informatik.uni-hamburg.de
WWW: http://kogs-www.informatik.uni-hamburg.de/projects/Censis.html

Geokodierung wünschenswerterweise durch automatische parametrische Rekonstruktion des Flugwegs (gekoppelte differentielle GPS- und Inertialnavigationsdaten (Zhang et al. 1994)). Falls diese nicht oder nicht in der erforderlichen Genauigkeit realisiert ist, kann eine Registrierung durch Paßpunkte vorgenommen werden. Für flugzeuggestützte Sensoren sind lokal adaptive geometrische Transformationen notwendig (Ehlers 1994, Wiemker et al. 1996).



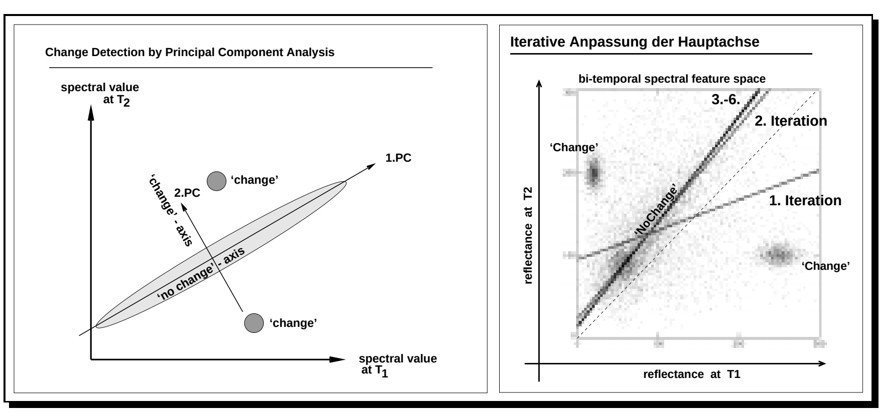
2 Der Änderungsdetektionsalgorithmus

2.1 Robustheit durch iterative Hauptachsentransformation

Wir betrachten einen Multispektralsensor, der in N Spektralkanälen mit einer mittleren Wellenlänge λ_i einen Spektralwert x_i $(i = 1 \dots N)$ mißt und so einen Spektralvektor $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^t$ liefert.

Ein allgemeines Problem beim Vergleich zweier zu verschiedenen Zeitpunkten von derselben Oberfläche aufgenommener Spektren $\mathbf{x}(T_1)$ und $\mathbf{x}(T_2)$ ist, daß sich die Aufnahmebedingungen wie z.B. Sonnenstand, Himmelslicht, atmosphärische Transparenz, Luftlicht, aber auch die Sensorempfindlichkeiten verändert haben können. Atmosphärenkorrektur und Sensorkalibration können auch mit erhöhtem Aufwand nur eine begrenzte Genauigkeit erreichen.

In guter Näherung kann die Beziehung zwischen gemessenen Strahldichten bzw. den daraus abgeleiteten Reflektanzspektren $\mathbf{x}$ und den tatsächlichen Oberflächenreflektanzen als linear modelliert werden. Daher spannen wir für jeden Spektralkanal



einen bitemporalen Merkmalsraum mit den Punkten $[x_i(T_1), x_i(T_2)]^t$ auf. Die nichtgeänderten Pixel liegen dann auf einer Hauptachse, die allerdings wegen der erwähnten möglichen systematischen additiven und multiplikativen Fehler weder durch den Ursprung gehen, noch die Steigung 1 aufweisen muß. Eine spektrale Änderung zeichnet sich dann durch die Abweichung von dieser Hauptachse aus, also gerade durch den Betrag der zweiten Hauptkomponente c_i.

Um nun zu verhindern, daß die Schätzung der ersten Hauptachse, der NoChange-Achse, durch die ausserhalb liegenden Change-Pixel verzerrt wird, führen wir eine iterative Schätzung der Kovarianzmatrix durch. Dabei werden in jeder Iteration alle Pixel berücksichtigt, allerdings gewichtet mit ihrer jeweiligen aktuellen Wahrscheinlichkeit NoChange-Pixel zu sein. Diese Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus dem Abstand zu der aktuell geschätzten Lage der NoChange-Achse. Die Iteration konvergiert bei vernünftigen Vergleichsszenen nach wenigen Schritten.

Nach diesem Schritt liegt für jedes Pixel ein N-dimensionaler Änderungsvektor $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\mathbf{x}(T_1), \mathbf{x}(T_2))$ vor, der die (positive oder negative) Abweichung c_i von der Hauptachse im jeweiligen Spektralkanal i mit Wellenlänge λ_i angibt. Die Gesamtheit der Änderungsvektoren $\mathbf{c}$ spannt einen spektralen Änderungsraum auf, um dessen Ursprung die NoChange-Pixel konzentriert sind.

In einem weiteren Schritt setzten wir jeden Änderungswert c_i ins Verhältnis zu der spektralen Varianz $\mathsf{var}\langle x_i \rangle_{\mathsf{loc}}$, die in der lokalen Umgebung des Pixels $\mathbf{x}$ im Spektralkanal i herrscht:

$$c_i \mapsto c_i \Big/ \sqrt{\mathsf{var}\langle x_i(T_1) \rangle_{\mathsf{loc}} + \mathsf{var}\langle x_i(T_2) \rangle_{\mathsf{loc}}}$$

D.h., jede spektrale Änderung wird relativ zu der ohnehin in der Umgebung vorzufindenden spektralen Varianz gemessen. Hiermit wird verhindert, daß in Regionen starker Textur schon leichte Verschiebungen der Bilder zueinander (Registrierungsfehler) zu fälschlich entdeckten Änderungen führen (man denke z.B. an Vegetationsflächen und Gebäudekanten).

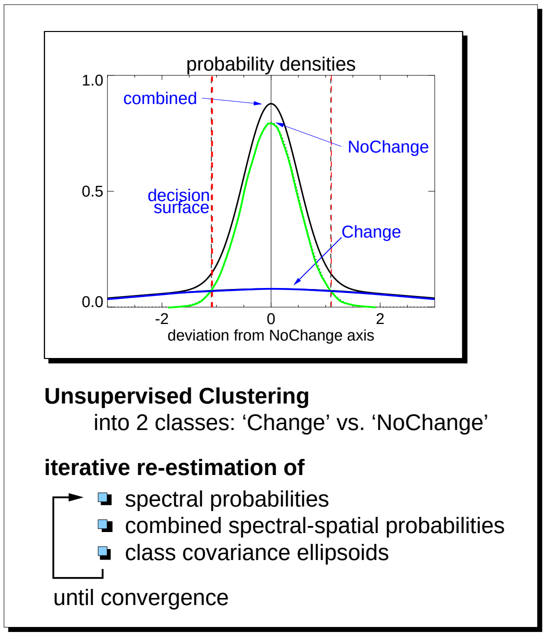
Komplementär zu den über die lokale spektrale Varianz normalisierten Änderungswerten c_i kann die lokale Varianz $\mathsf{var}\langle x_i \rangle_{\mathsf{loc}}$ auch als eigenständiges Merkmal $\hat{c}_i$ zur Änderungsdetektion genutzt werden. Als geeignet hat sich der Vergleich der Logarithmen der lokalen spektralen Varianzen der zwei Zeitpunkte erwiesen:

$$\hat{c}_i = \ln(\mathsf{var}\langle x_i(T_1) \rangle_{\mathsf{loc}}) - \ln(\mathsf{var}\langle x_i(T_2) \rangle_{\mathsf{loc}}) \quad .$$

2.2 Änderungsdetektion als unbeaufsichtigtes Clustering Problem

Auf den N-dimensionalen Bilddaten der Änderungsvektoren $\mathbf{c}$ kann nach Bestimmung von Trainingsgebieten die wohlbekannte *überwachte Maximum Likelihood* Klassifikation durchgeführt werden. In diesem Beitrag wird eine *unüberwachte Maximum Likelihood* Änderungsdetektion vorgeschlagen. Diese könnte beispielsweise dem Bildauswerter als automatisch erstellbarer erster Ausgangspunkt dienen.

Die Beträge der spektralen Änderungswerte c_i sind auch von äußeren Aufnahmeparametern abhängig. Eine Entscheidung, ab welchem Betrag $\|\mathbf{c}\| = \sqrt{\sum_i c_i^2}$ ein Pixel als 'geändert' gilt, müßte von willkürlichen, bildspezifischen Schwellwerten abhängen.



Um stattdessen die Änderungswerte c_i in allgemeinere Änderungswahrscheinlichkeiten umzurechnen, wenden wir das wohlbekannte *Maximum Likelihood* Klassifikationsmodell an und betrachten zwei Klassen: 'Change' und '$\mathsf{NoChange}$', $\omega = \{\mathsf{Ch}, \mathsf{Nc}\}$. Wir modellieren beide Klassen mit Gaussischen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen um den gemeinsamen Mittelpunkt $c_i = 0, \forall i$. Die beiden Klassen unterscheiden sich durch ihre Kovarianzellipsoide Σ_{Ch} und Σ_{Nc}. Die NoChange-Klasse hat eine kleine Varianz, die der Meßungenauigkeit entspricht, während die Change-Klasse mit einer so breiten Varianz modelliert wird, daß sie fast einem gleichverteilten 'Untergrund' entspricht. Die Entscheidungsgrenze zwischen den beiden Klassen liegt dann am Schnittpunkt der beiden Wahrscheinlichkeitsdichten.

Die spektral bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(\mathbf{c}|\omega)$ für ein Pixel $\mathbf{x}$ mit den spektralen Änderungsvektor $\mathbf{c}$ sind:

$$p(\mathbf{c}|\mathsf{Nc}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \;\det \|\Sigma_{\mathsf{Nc}}\|}} \;\exp(-\tfrac{1}{2}\,\mathbf{c}^t \Sigma_{\mathsf{Nc}}^{-1} \mathbf{c})$$

$$p(\mathbf{c}|\mathsf{Ch}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \;\det \|\Sigma_{\mathsf{Ch}}\|}} \;\exp(-\tfrac{1}{2}\,\mathbf{c}^t \Sigma_{\mathsf{Ch}}^{-1} \mathbf{c}) \,.$$

Mit den relativen Klassenhäufigkeiten N_{Nc} und N_{Ch} als geschätzte *a priori* Wahrscheinlichkeiten ergeben sich die Bayes'schen Klassenzugehörigkeitswahrscheinlichkeiten $P(\omega|\mathbf{c})$:

$$P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c}) = N_{\mathsf{Nc}} \cdot p(\mathbf{c}|\mathsf{Nc})/p(\mathbf{c})$$

$$P(\mathsf{Change}|\mathbf{c}) = N_{\mathsf{Ch}} \cdot p(\mathbf{c}|\mathsf{Ch})/p(\mathbf{c})$$

mit $p(\mathbf{c}) = N_{\mathsf{Nc}}\; p(\mathbf{c}|\mathsf{Nc}) + N_{\mathsf{Ch}}\; p(\mathbf{c}|\mathsf{Ch})$, so daß $P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c}) + P(\mathsf{Change}|\mathbf{c}) = 1$.

Die Parameter $\Sigma_{\mathsf{Nc}}, \Sigma_{\mathsf{Ch}}, N_{\mathsf{Nc}}, N_{\mathsf{Ch}}$ können durch wohlbekannte iterative *Clustering*-Verfahren (Duda & Hart 1973) aus den Daten selbst unüberwacht geschätzt werden (Wiemker 1997):

$$\Sigma_{\mathsf{Nc}} = \sum_{\mathbf{c}} P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c}) \cdot \mathbf{c}\,\mathbf{c}^t \Big/ \sum_{\mathbf{c}} P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c})$$

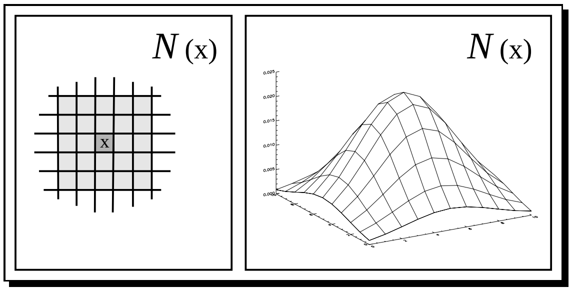
$$\Sigma_{\mathsf{Ch}} = \epsilon \cdot \Sigma_{\mathsf{Nc}} \quad ; \quad \epsilon = \mathsf{trace}(\Sigma^*_{\mathsf{Ch}})/\mathsf{trace}(\Sigma_{\mathsf{Nc}}) \quad ; \quad \epsilon \gg 1$$

$$\Sigma^*_{\mathsf{Ch}} = \sum_{\mathbf{c}} P(\mathsf{Change}|\mathbf{c}) \cdot \mathbf{c}\,\mathbf{c}^t \Big/ \sum_{\mathbf{c}} P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$$

$$N_{\mathsf{Nc}} = \sum_{\mathbf{c}} P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c}) \Big/ \sum_{\mathbf{c}} [P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c}) + P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})]$$

$$N_{\mathsf{Ch}} = \sum_{\mathbf{c}} P(\mathsf{Change}|\mathbf{c}) \Big/ \sum_{\mathbf{c}} [P(\mathsf{NoChange}|\mathbf{c}) + P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})] \qquad .$$

2.3 Berücksichtigung des lokalen Kontexts



Die Annahme des Markov'schen *random field modeling* besagt, daß die Wahrscheinlichkeit eines Pixels, eine bestimmte Eigenschaft aufzuweisen, von seiner Nachbarschaft $\mathcal{N}$ abhängt (Besag 1986, Li 1995). Wir verwenden hier eine Gaussisch gewichtete Nachbarschaft $\mathcal{N}(\mathbf{x})$ um jedes Pixel $\mathbf{x}$ herum, in der wir die Änderungswahrscheinlichkeiten $P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$ 'glätten'. D.h., die Änderungswahrscheinlichkeit $P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$ eines Pixels $\mathbf{x}$ steigt, wenn auch in seiner Nachbarschaft $\mathcal{N}(\mathbf{x})$ hohe Änderungswahrscheinlichkeiten vorliegen, bzw. sinkt, wenn die Nachbarschaft geringe Änderungswahrscheinlichkeiten aufweist.

Die Wahl der Große der Nachbarschaft $\mathcal{N}$ kann der Bildauswerter danach treffen, an welcher Größe von Änderungsobjekten er interessiert ist. Für bestimmte Anwendungen mag es interessanter sein, nur größere zusammenhängende Änderungsgebiete ausgewiesen zu bekommen als vereinzelte unmaßgebliche kleine Änderungen (wie z.B. Neubaukomplexe im Gegensatz zu Autos).

Die Einbeziehung des Kontextes macht das Ergebnis zudem robuster gegen die Geokodierungs- bzw. Registrierungsungenauigkeit. Änderungsdetektion zwischen lokal leicht versetzten Bildern weist alle Stellen hoher Textur, insbesondere Kanten, fälschlich als Änderung aus. Dies wird durch eine räumliche Glättung der Änderungswahrscheinlichkeiten $P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$ verhindert.

2.4 Visualisierung im HSV Farbraum

Über die Klassifizierung in ein Binärbild mit Change- und NoChange-Pixel hinaus sollten dem Bildauswerter die errechneten Change-Wahrscheinlichkeiten und die Änderungrichtung im N-dimensionalen Spektralraum präsentiert werden. Als gut geeignet für eine intuitive zugängliche Darstellung hat sich der HSV-Farbraum erwiesen (*Hue, Saturation, Value;* Foley et al. 1994). Die Änderungswahrscheinlichkeit $P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$ wird dann als Farbsättigung (*Saturation*) dargestellt, so daß NoChange-Bereiche grau und Change-Bereiche mehr oder weniger stark farbig erscheinen[2] (siehe Abb. 1). Die Richtung des Änderungsvektors $\mathbf{c}$ im N-dimensionalen Spektralraum kann z.B. durch Hauptachsenprojektion auf eine Richtung im Farbkreis abgebildet werden und so als Farbton (*Hue*) kodiert werden. Zur räumlichen Orientierung des Betrachters wird ein Spektralkanal oder Kantenbild eines der beiden zu vergleichenden Bilder als Intensität (*Value*).

[2] Postscript- und pdf-Versionen dieses Beitrags, die die entsprechenden Farbabbildungen enthalten, können von unserem Web-Server abgerufen werden:
http://kogs-www.informatik.uni-hamburg.de/projects/censis/publications.html

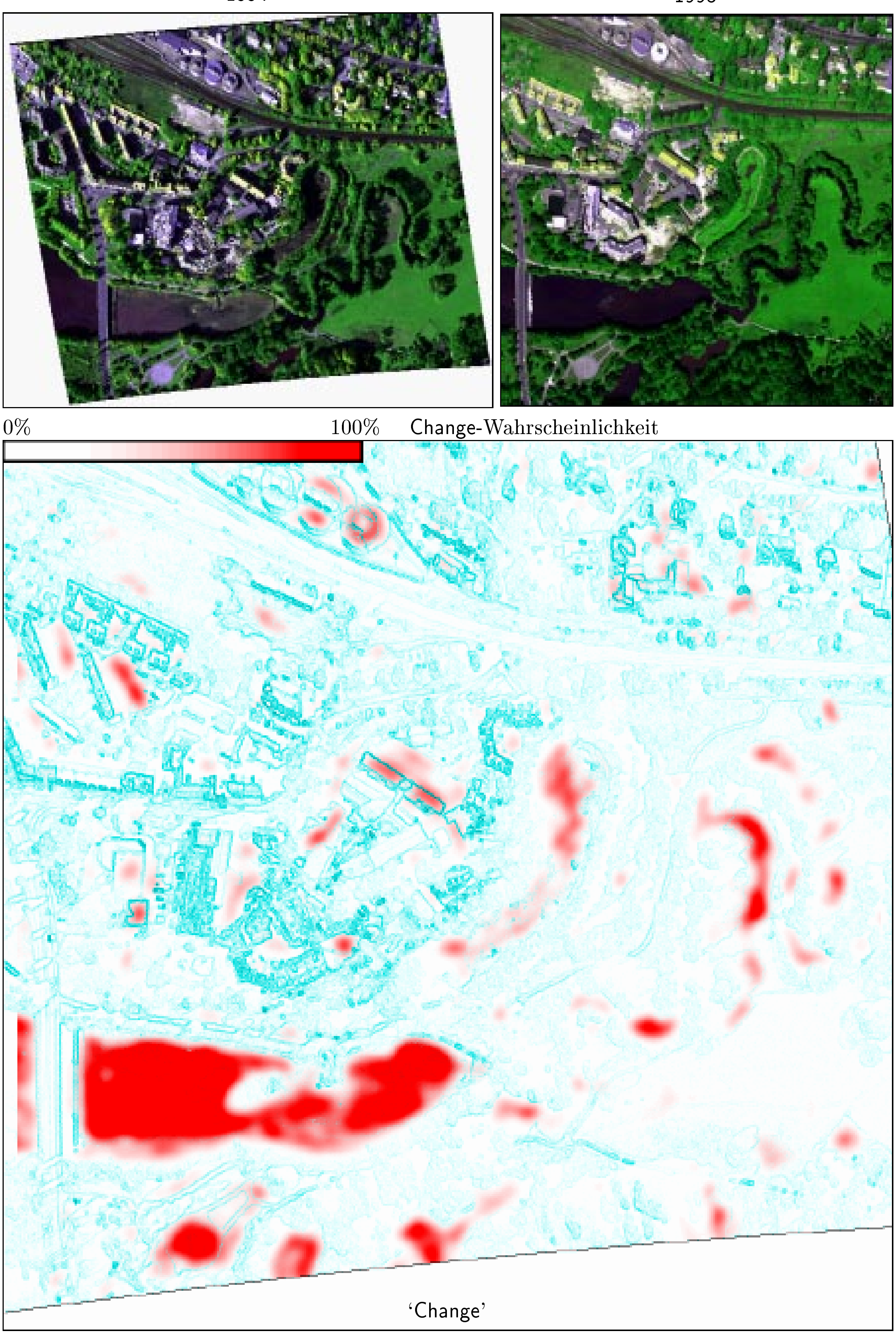
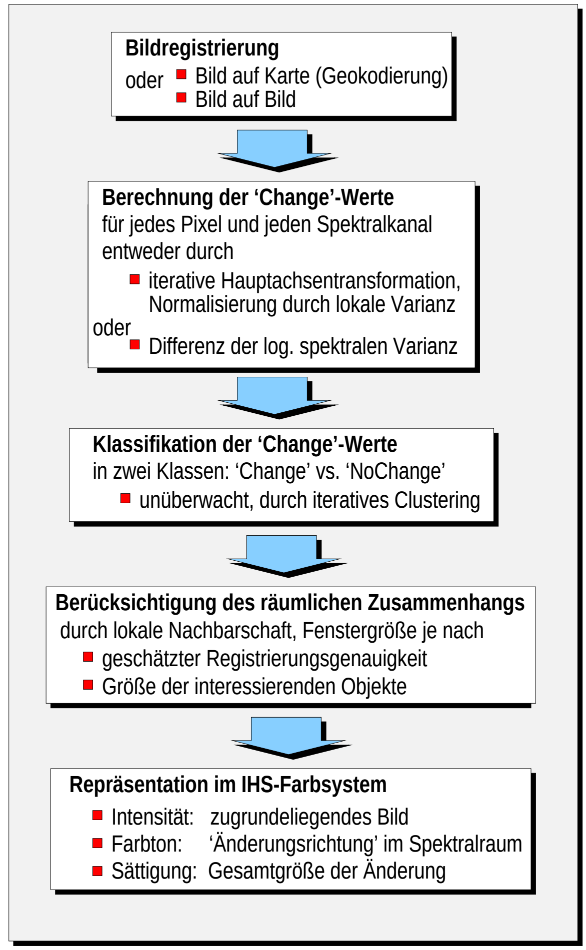


Abb. 1. *oben:* Pseudofarbkomposite von Multispektralaufnahmen (Nürnberg, DAEDALUS ATM, 300 m Flughöhe, Pixelauflösung ≈ 1 m, $\lambda_{\mathrm{Rot}} = 615$ nm, $\lambda_{\mathrm{Grün}} = 725$ nm, $\lambda_{\mathrm{Blau}} = 485$ nm).
unten: Change-Wahrscheinlichkeit kodiert als Farbsättigung ($\mathcal{N}$: 30 $\times$ 30 pixel):
Unten links sieht man eine leergelaufene / volle Staustufe der Pegnitz.

3 Zusammenfassung

Änderungsdetektion wird häufig auf dem Ergebnis einer einzigen Hauptachsentransformation aller $2N$ Bilder der zu zwei Zeitpunkten T_1 und T_2 aufgenommenen N Spektralkanäle betrieben (Richards 1993). Im Gegensatz dazu halten wir zunächst eine Umrechnung der Spektren $\mathbf{x}(T_1)$ und $\mathbf{x}(T_2)$ in N-dimensionale Änderungsvektoren $\mathbf{c}$ für notwendig. Die kanalweise iterative Hauptachsentransformation ist robust gegen systematische additive und multiplikative Unterschiede zwischen den zu vergleichenden Bilddatensätzen, wie sie durch Ungenauigkeiten in Sensorkalibration und Atmosphärenkorrektur nachbleiben.



Durch die Normalisierung der Änderungsvektoren $\mathbf{c}$ an der ohnehin vorhandenen lokalen spektralen Varianz wird Robustheit gegen die insbesondere bei flugzeuggetragenen Zeilenscannern unvermeidliche Geokodierungsungenauigkeit erreicht. Die räumliche Glättung der Änderungwahrscheinlichkeiten $P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$ erlaubt es dem Bildauswerter durch Wahl der Größe einer Gaussisch gewichteten Nachbarschaft $\mathcal{N}$ nach kleineren oder großeren Änderungsgebieten zu suchen.

Die unüberwachte Umrechnung der bildabhängigen Änderungsvektoren $\mathbf{c}$ in allgemeinere Bayes'sche Änderungswahrscheinlichkeiten $P(\mathsf{Change}|\mathbf{c})$ bietet die Basis für eine unabhängigere und fundiertere Vergleichbarkeit und Bewertung der Änderungen.

Die beschriebenen Programmroutinen zur Änderungsdetektion wurden in IDL / PV-WAVE kodiert und mit graphischer Schnittstelle in die Fernerkundungsumgebung ENVI integriert.

Danksagung

Die Arbeit in der Gruppe CENSIS wird unterstützt durch die Volkswagen-Stiftung, Hannover, sowie durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft. Die Bilddaten stammen aus Überfliegungen durch das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Oberpfaffenhofen (DLR); wir danken insbesondere V. Amann, P. Hausknecht, R. Richter und M. Schröder.

4 Literaturverzeichnis

Besag, J. (1986): On the Statistical Analysis of Dirty Pictures. Journal of the Royal Statistical Society B **48** (3), 259–302, 1986.

Duda, R. O. & P. E. Hart (1973): Pattern Classification and Scene Analysis. Wiley, New York, 1973.

Ehlers, M. (1994): Geometric Registration of Airborne Scanner Data Using Multiquadric Interpolation Techniques. In Proceedings of the First International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, Strasbourg, volume II, pages 492–502. Environmental Research Institut of Michigan, Ann Arbor, 1994.

Foley, J., A. Van Dam, S. Feiner & J. Hughes (1995): Computer Graphics: Principles and Practice. Addison-Wesley, Reading, MA, 1995.

Li, S.Z. (1995): Markov Random Field Modeling in Computer Vision. Springer, Tokyo, 1995.

Lillesand, T.M. & R.W. Kiefer (1987): Remote Sensing and Image Interpretation. Wiley, New York, 1987.

Nielsen, A.A., R. Larsen & H. Skriver (1997): Change Detection in Bi-Temporal emisar Data From Kalø, Denmark, by Means of Canonical Correlation Analysis. In Proceedings of the Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, Copenhagen, volume I, pages 281–287. Environmental Research Institut of Michigan, Ann Arbor 1997.

Richards, J. A. (1993): Remote Sensing Digital Image Analysis. Springer, Heidelberg, New York, 1993.

Singh, A. (1989): Digital Change Detection Techniques Using Remotely-Sensed Data. International Journal of Remote Sensing **10** (6), 989–1003, 1989.

Speck, A. (1997): Änderungsdetektion auf multispektralen Luftbildern durch Hauptachsentransformationen im bitemporalen Merkmalsraum, 1997. Diplomarbeit, Universität Hamburg, II. Institut für Experimentalphysik, CENSIS-Report 26-97.

Wiemker, R. & H. Spitzer (1996): Änderungsdetektion auf multispektralen Luftbildern – Perspektiven für den Open-Skies-Vertrag. In J. Altmann & G. Neuneck (eds.), Naturwissenschaftliche Beiträge zu Abrüstung und Verifikation, Verhandlungen der Fachsitzung der 60. Physikertagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG) in Jena 1996, pages 138–151. DPG / FONAS (Math.Seminar, Bundesstr. 55, D-20146 Hamburg), 1996.

Wiemker, R., K. Rohr, L. Binder, R. Sprengel & H.S. Stiehl (1996): Application of Elastic Registration to Imagery from Airborne Scanners. In Proceedings of the XVIII. Congress of the International Society for Photogrammetry and Remote Sensing ISPRS 1996, Vienna, volume XXXI part B4 of International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, pages 949–954, 1996.

Wiemker, R. (1997): An Iterative Spectral-Spatial Bayesian Labeling Approach for Unsupervised Robust Change Detection on Remotely Sensed Multispectral Imagery. In G. Sommer, K. Daniilidis & J.Pauli (eds.), Proceedings of the 7th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, Kiel, Springer LNCS volume 1296, pages 263–270. Heidelberg 1997.

Zhang, W., J. Albertz & Z. Li (1994): Digital Orthoimage From Airborne Line Scanner Imagery Utilizing Flight Parameters. In H. Ebner, C. Heipke & K. Eder (eds.), Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium on Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision, Munich 1994, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, volume 30 part 3/2, p. 945–950, 1994.

18.10.1994

Abb. 2. Pseudofarbkomposit der Multispektralaufnahme (Nürnberg, DAEDALUS ATM, 300 m Flughöhe, Pixelauflösung $\approx 1\,\mathrm{m}$, $\lambda_{\mathrm{Rot}} = 615\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{\mathrm{Grün}} = 725\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{\mathrm{Blau}} = 485\,\mathrm{nm}$).

21.7.1995

Abb. 3. Pseudofarbkomposit der Multispektralaufnahme (Nürnberg, DAEDALUS ATM, 300 m Flughöhe, Pixelauflösung $\approx 1\,\mathrm{m}$, $\lambda_{\mathrm{Rot}} = 615\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{\mathrm{Grün}} = 725\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{\mathrm{Blau}} = 485\,\mathrm{nm}$).

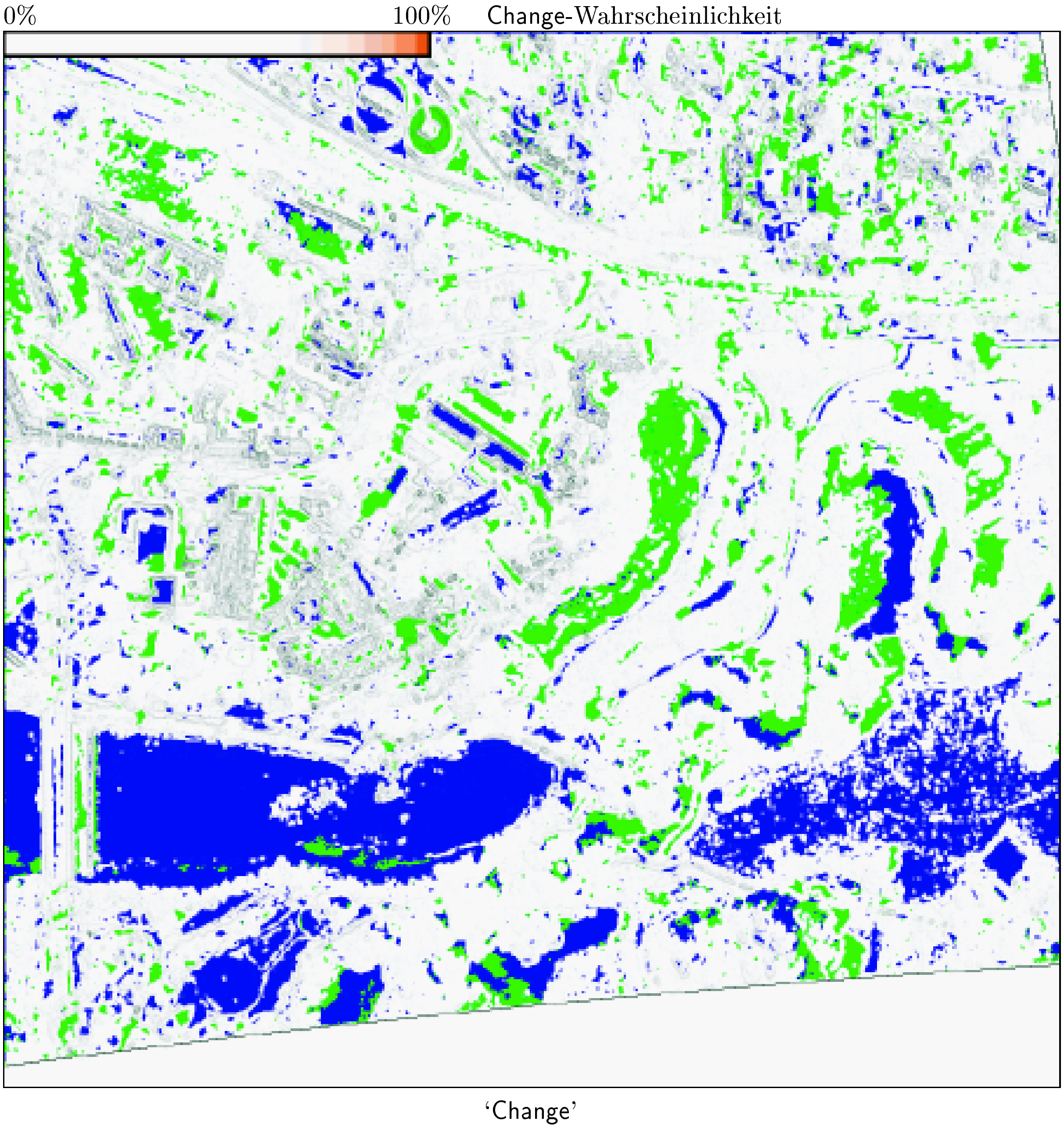


Abb. 4. Die Change-Wahrscheinlichkeit ist als Farbsättigung kodiert, während die verschiedenen Farbtöne unterschiedliche Richtungen des Änderungsvektors **c** im N-dimensionalen Spektralraum andeuten ($N = 10$; $\mathcal{N}$: 3×3 pixel):
leergelaufene / volle Staustufe der Pegnitz.

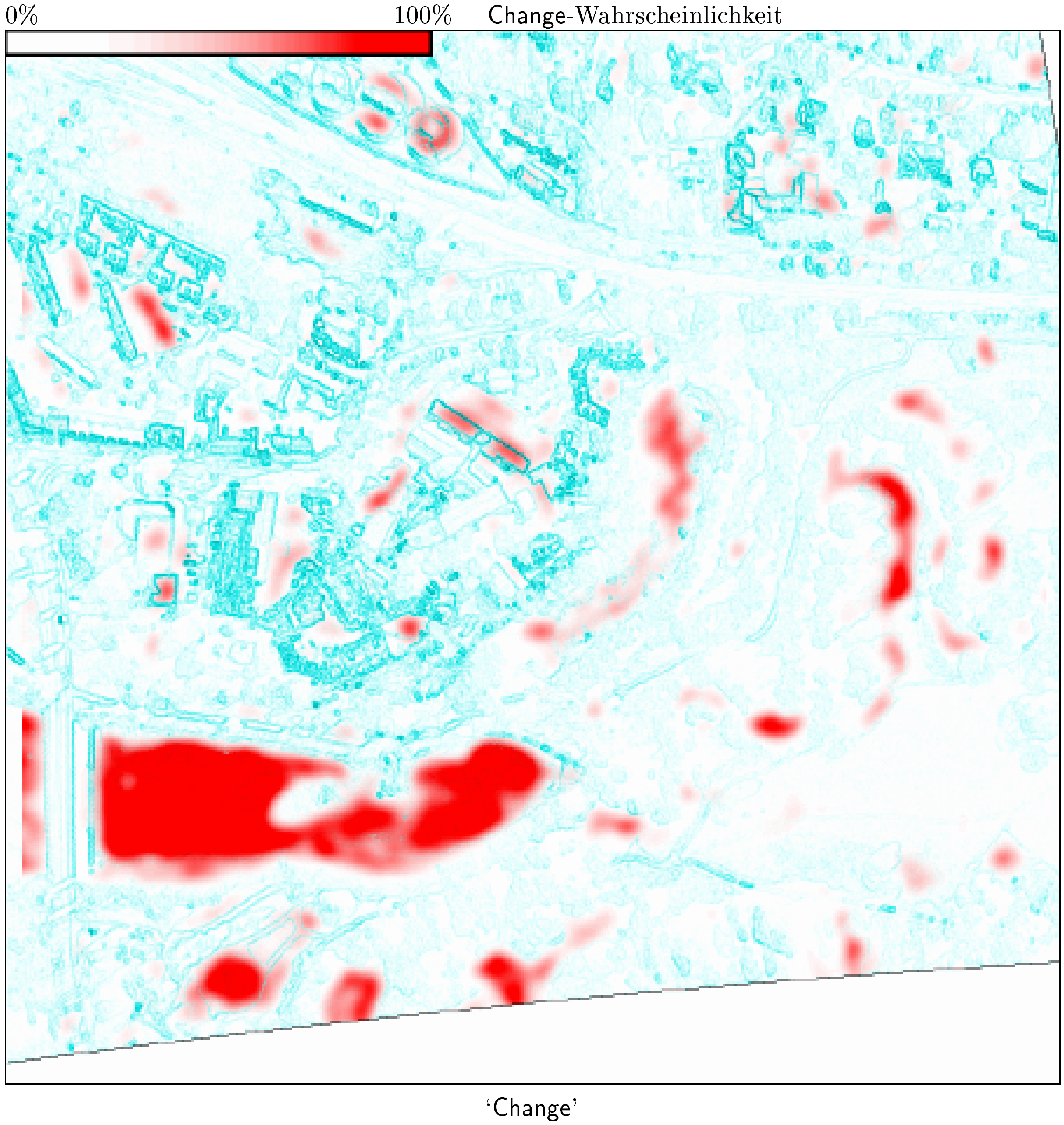


Abb. 5. Change-Wahrscheinlichkeit kodiert als Farbsättigung ($\mathcal{N}$: 30 $\times$ 30 pixel).

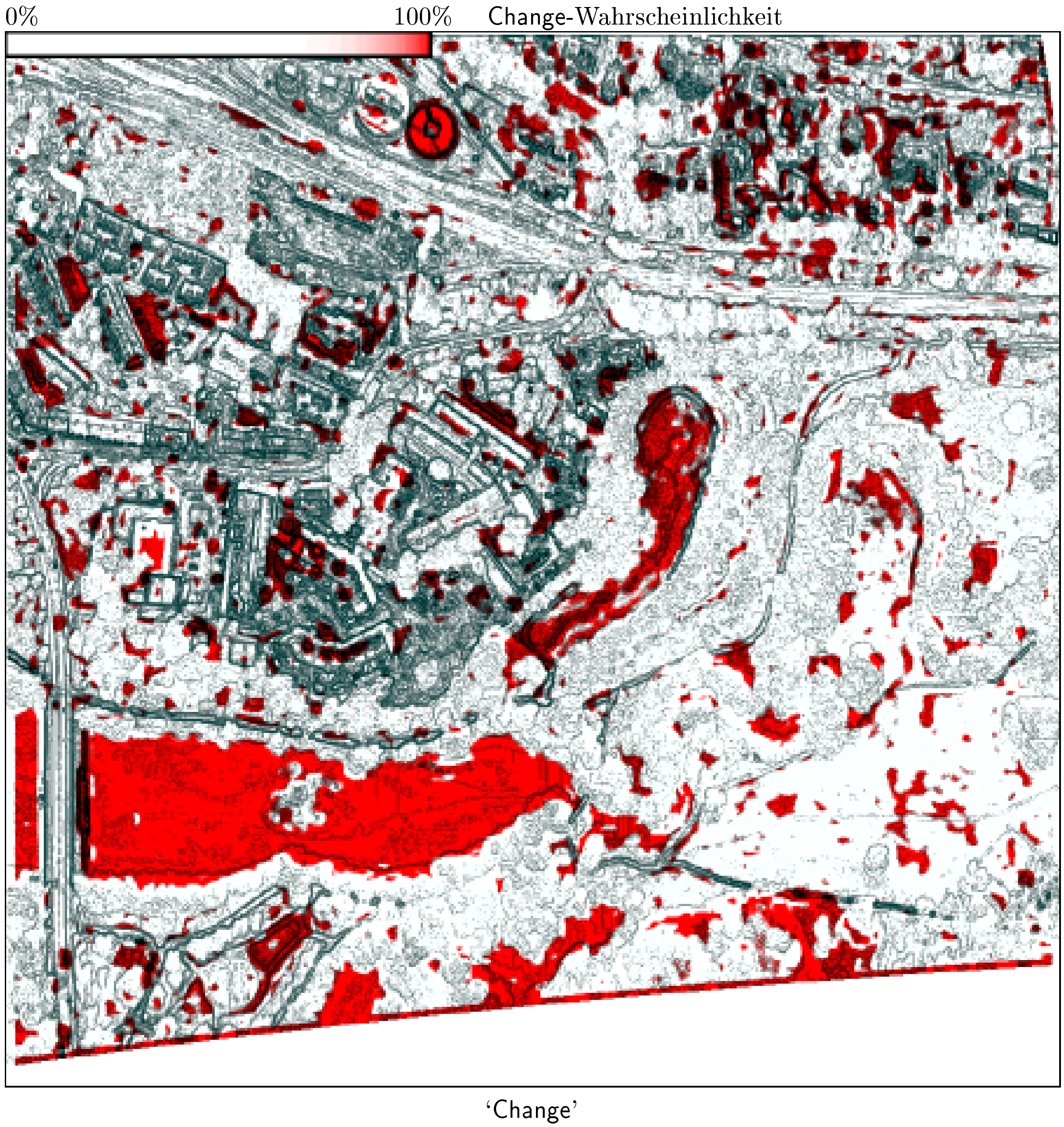


Abb. 6. Änderung der logarithmischen lokalen spektralen Varianz in einer Gaussischen Umgebung (Varianzumgebung $\sigma = 4$ pixel; Wahrscheinlichkeitsumgebung $\mathcal{N}$: 3×3 pixel).

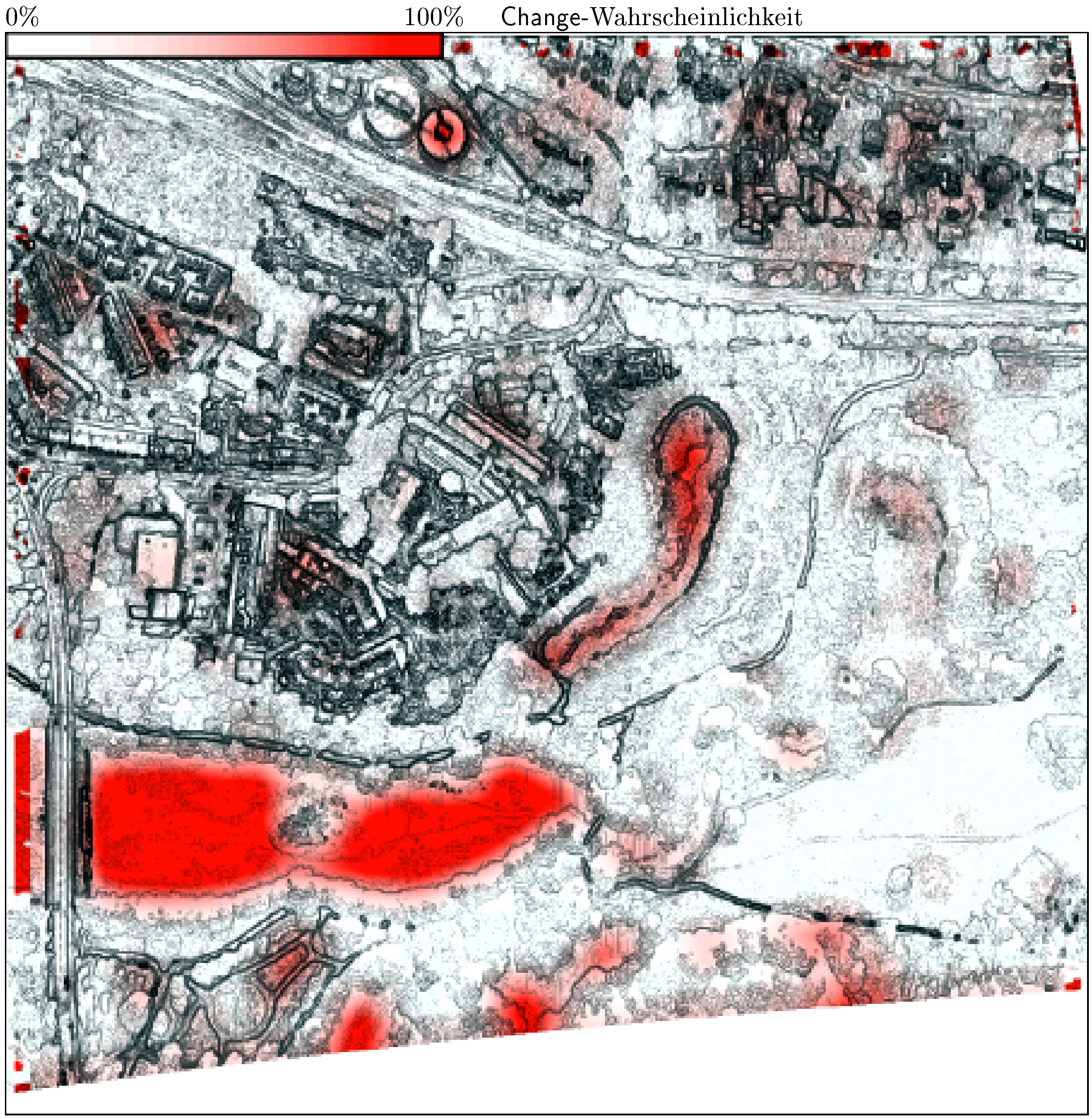


Abb. 7. Änderung der logarithmischen lokalen spektralen Varianz in einer Gaussischen Umgebung (Varianzumgebung $\sigma = 4$ pixel; Wahrscheinlichkeitsumgebung $\mathcal{N}$: 45×45 pixel).